

## ĐÁP ÁN GIẢI BÀI TẬP

### CÂU 1

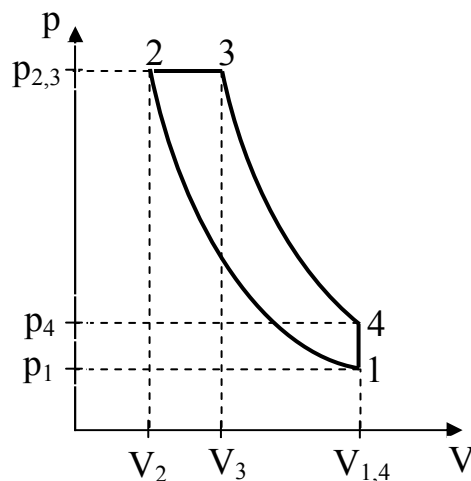
Trên hình 1 là giản đồ hoạt động lý thuyết của động cơ 4 kỳ. Động cơ hoạt động như sau: hỗn hợp không khí và nhiên liệu được đốt nóng lên nhiệt độ cao bởi quá trình nén đoạn nhiệt (1-2), dẫn nổ trong thời gian rất ngắn khi bị đốt cháy đẳng áp (2-3), sau đó khí tiếp tục dẫn nổ đoạn nhiệt (3-4), cuối cùng thoát ra ngoài không gian làm việc và được thay bởi hỗn hợp nhiên liệu mới. Giai đoạn cuối của chu trình làm việc tương đương với quá trình đẳng tích (4-1). Thương số  $\varepsilon=V_1/V_2$  được gọi là hệ số nén, còn thương số  $\varphi=V_3/V_2$  là hệ số lấp đầy của động cơ.

Giả thiết có thể xem không khí và các sản phẩm cháy là khí lý tưởng hai nguyên tử. Nhiệt dung riêng đẳng tích của khí này là  $c_v=2,5 R/M$ , trong đó  $R$  là hằng số khí, còn  $M$  là khối lượng mol của chất khí. Đối với quá trình đoạn nhiệt ta có định luật Poisson  $pV^\gamma = \text{const}$ ,  $\gamma = c_p/c_v$  là hằng số Poisson.

- Hãy xác định các đại lượng  $p$ ,  $T$  ở các điểm 2, 3 và 4 trên giản đồ hoạt động nếu cho biết các giá trị  $p_1$ ,  $T_1$  tại điểm 1 và hệ số nén  $\varepsilon$ , hệ số lấp đầy  $\varphi$  của động cơ.
- Xác định nhiệt lượng nhận và tỏa ra bởi tác nhân trong một chu trình và hiệu suất lý thuyết tương ứng của động cơ.
- Chứng minh rằng đối với hiệu suất lý thuyết ta có hệ thức

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} \frac{\varphi^\gamma - 1}{\varphi - 1} .$$

Trước hết, hãy giải câu hỏi a và b một cách tổng quát, sau đó tính số với các số liệu sau:  $p_1 = 0,10 \text{ MPa}$ ;  $V_1 = 2,00 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ ;  $T_1 = 300 \text{ K}$ ;  $\gamma = 1,40$ ;  $\varepsilon = 20,0$ ;  $\varphi = 1,80$ .



Hình 1.

## Bài giải

a. Đối với quá trình đoạn nhiệt 1-2 ta có

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}, \quad p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = \varepsilon^{\gamma-1}.$$

Do đó,

$$T_2 = T_1 \varepsilon^{\gamma-1}, \quad p_2 = p_1 \varepsilon^\gamma.$$

Đối với quá trình đẳng áp 2-3 ta có

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{V_3}{V_2} = \varphi,$$

do đó

$$T_3 = T_2 \varphi = T_1 \varepsilon^{\gamma-1} \varphi, \quad p_3 = p_2 = p_1 \varepsilon^\gamma.$$

Đối với quá trình đoạn nhiệt 3-4, ta có

$$p_3 V_3^\gamma = p_4 V_4^\gamma, \quad \frac{T_4}{T_3} = \left( \frac{V_3}{V_4} \right)^{\gamma-1} = \varphi^{\gamma-1} \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}},$$

suy ra

$$T_4 = T_3 \varphi^{\gamma-1} \varepsilon^{1-\gamma} = T_1 \varphi^\gamma.$$

Ta cũng có

$$p_4 = p_3 \left( \frac{V_3}{V_4} \right)^\gamma = p_1 \varphi^\gamma.$$

Kết quả tính số: (chú ý số chữ số có nghĩa trong kết quả)

$$T_1=300 \text{ K}, \quad T_2=994 \text{ K}, \quad T_3=1790 \text{ K}, \quad T_4=683 \text{ K}.$$

$$p_1=0,10 \text{ MPa}, \quad p_2=6,63 \text{ MPa}, \quad p_3=6,63 \text{ MPa}, \quad p_4=0,23 \text{ MPa}.$$

b. Ta có thể biểu diễn khối lượng không khí đi qua thể tích làm việc trong một chu trình là

$$m = \frac{p_1 V_1 M}{RT_1}.$$

Do đó

$$m c_V = 2,5 \frac{p_1 V_1}{T_1}.$$

Trong quá trình đốt cháy nhiên liệu 2-3, tác nhân nhận một lượng nhiệt là

$$Q_1 = m c_p (T_3 - T_2) = m \gamma c_V (T_3 - T_2) = 2,5 \gamma \frac{p_1 V_1}{T_1} (T_3 - T_2).$$

Trong quá trình đẳng tích 4-1, tác nhân tỏa ra một lượng nhiệt là

$$Q_2' = mc_V(T_4 - T_1) = 2,5 \frac{p_1 V_1}{T_1} (T_4 - T_1) .$$

Các giai đoạn khác của chu trình là quá trình đoạn nhiệt nên không có sự trao đổi nhiệt. Vì vậy, hiệu suất lý thuyết của động cơ là

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2'}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2'}{Q_1} = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} .$$

Kết quả tính số:

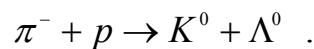
$$Q_1 = 1857 \text{ J} \approx 1860 \text{ J}, \quad Q_2' = 638 \text{ J}, \quad \eta = 0,66 = 66\%$$

c.

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{\frac{T_4}{T_1} - 1}{\frac{T_3}{T_1} - \frac{T_2}{T_1}} = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} \frac{\varphi^\gamma - 1}{\varphi - 1} .$$

## CÂU 2

Xét sự va chạm của hạt pion  $\pi^-$  với proton  $p$  đứng yên trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm, sinh ra hai hạt  $K^0$  và  $\Lambda^0$ . Phản ứng được viết dưới dạng



1. Hãy tính động năng ngưỡng của pion để phản ứng trên xảy ra.
2. Trong một thí nghiệm, các pion có động lượng  $2,50 \cdot 10^3 \text{ MeV}/c$ . Người ta quan sát thấy các hạt  $\Lambda^0$  có động lượng  $0,60 \cdot 10^3 \text{ MeV}/c$  và hướng chuyển động của chúng lập góc  $45^\circ$  so với hướng chuyển động của các pion.
  - a. Hãy tính tốc độ của hệ quy chiếu khối tâm đối với hệ quy chiếu phòng thí nghiệm.
  - b. Hãy tính động lượng của các hạt  $K^0$  trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm và trong hệ quy chiếu khối tâm.

Cho biết  $m_{\pi^-} = 140 \text{ MeV}/c^2$ ,  $m_p = 938 \text{ MeV}/c^2$ ,  $m_{K^0} = 498 \text{ MeV}/c^2$ ,  $m_{\Lambda^0} = 1116 \text{ MeV}/c^2$ .

*Chú thích:*

- $\pi^-$  là hạt  $\pi$ -meson (gọi là pion) mang điện tích âm,  $K^0$  là hạt  $K$ -meson (gọi là kaon) không mang điện tích, hạt  $\Lambda^0$  (gọi là hạt lambda) không mang điện tích.
- Theo thuyết tương đối hẹp, khi chuyển từ hệ quy chiếu quán tính này sang hệ quy chiếu quán tính khác, các đại lượng  $\left( \frac{E}{c}, \vec{p} \right)$  biến đổi giống như các đại lượng  $(ct, \vec{r})$ .

## Bài giải

1. Ký hiệu  $p$ ,  $E$  và  $p'$ ,  $E'$  là động lượng, năng lượng tổng cộng của hệ trước phản ứng xét trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm  $S$  và hệ quy chiếu khối tâm  $S'$ ,  $v$  là tốc độ của  $S'$  so với  $S$ . Từ phép biến đổi Lorentz đối với tọa độ và thời gian suy ra phép biến đổi của động lượng và năng lượng

$$p = \gamma [ p' + (v/c) (E'/c) ] \quad , \quad E/c = \gamma [ E'/c + (v/c) p' ] \quad , \quad (1)$$

Ta có

$$p' = 0 \quad , \quad E' = \frac{E}{\gamma} \quad , \quad \vec{v} = \frac{c^2 \vec{p}}{\gamma E} = \frac{c^2}{E} \vec{p} \quad , \quad (2)$$

trong đó  $\gamma^{-2} = 1 - v^2/c^2$ .

Từ (2) rút ra

$$\begin{aligned} E' &= \sqrt{E^2 - (pc)^2} \\ &= \sqrt{\left( m_p c^2 + \sqrt{(m_\pi c^2)^2 + (pc)^2} \right)^2 - (pc)^2} \\ &= \sqrt{(m_p^2 + m_\pi^2) c^4 + 2m_p c^2 \sqrt{(m_\pi c^2)^2 + (pc)^2}} \end{aligned} \quad (3)$$

Khi hạt  $\pi^-$  có năng lượng ngưỡng, các hạt sau phản ứng đứng yên trong hệ quy chiếu khối tâm. Tại ngưỡng, năng lượng tổng cộng của hệ hạt sau phản ứng trong hệ  $S'$  là  $(m_{K^0} + m_{\Lambda^0})c^2$ . Theo định luật bảo toàn năng lượng ta có

$$\sqrt{(m_p^2 + m_\pi^2) c^4 + 2m_p c^2 \sqrt{(m_\pi c^2)^2 + (pc)^2}} = (m_{K^0} + m_{\Lambda^0}) c^2 \quad . \quad (4)$$

Do đó,

$$\sqrt{m_\pi^2 c^4 + (pc)^2} = \frac{[(m_{K^0} + m_{\Lambda^0})^2 - (m_\pi^2 + m_p^2)] c^2}{2m_p} \quad . \quad (5)$$

Động năng ngưỡng của hạt  $\pi^-$  là

$$\begin{aligned} T_{\pi,ng} &= \sqrt{m_\pi^2 c^4 + (pc)^2} - m_\pi c^2 = \frac{[(m_{K^0} + m_{\Lambda^0})^2 - (m_\pi + m_p)^2] c^2}{2m_p} \\ &= 769 \text{ MeV} \quad . \end{aligned} \quad (6)$$

2.a. Theo (2), ta có

$$\begin{aligned} p &= 2,50 \cdot 10^3 \text{ MeV}/c \quad , \quad E = \sqrt{m_\pi^2 c^4 + (pc)^2} + m_p c^2 = 3,44 \cdot 10^3 \text{ MeV} \quad . \\ v &= (c^2/E) p = 0,73 c \quad . \end{aligned} \quad (7)$$

2.b. Chọn hướng chuyển động của các pion làm trục  $x$  (véc tơ đơn vị  $\mathbf{i}$ ), trục  $y$  (véc tơ đơn vị  $\mathbf{j}$ ) nằm trong mặt phẳng chứa quỹ đạo của pion và hạt K-meson. Trong hệ quy chiếu  $S$ , góc giữa  $\vec{p}_{\Lambda^0}$  và  $\vec{p}_{\pi^-}$  là  $\theta$ , giữa  $\vec{p}_{K^0}$  và  $\vec{p}_{\pi^-}$  là  $\varphi$ . Trong hệ  $S'$ , các góc tương ứng là  $\theta'$  và  $\varphi'$ .

Theo định luật bảo toàn động lượng, ta có

$$\begin{aligned} \vec{p}_{K^0} &= \vec{p}_{\pi^-} - \vec{p}_{\Lambda^0} = 2,5 \mathbf{i} - 0,6(\cos\theta \mathbf{i} + \sin\theta \mathbf{j}) \\ &= 2,08 \mathbf{i} - 0,42 \mathbf{j} \quad (10^3 \text{ MeV}/c) \quad . \end{aligned} \quad (8)$$

Vậy ta nhận được

$$\tan \varphi = -\frac{0,42}{2,08} \rightarrow \varphi = -11,42^\circ = -0,20 \text{ rad} .$$

$$|\vec{p}_{K^0}| = 2,12 \cdot 10^3 \text{ MeV}/c .$$

Năng lượng của hạt K-meson là

$$E_{K^0} = \sqrt{m_{K^0}^2 c^4 + (p_{K^0} c)^2} = 2,18 \cdot 10^3 \text{ MeV} . \quad (9)$$

Năng lượng và động lượng của hạt K-meson trong hệ quy chiếu khối tâm liên hệ với năng lượng và động lượng của nó trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm bởi biến đổi Lorentz

$$\begin{aligned} p'_x &= \gamma [p_x - (v/c)(E/c)] & , & & E'/c &= \gamma [E/c - (v/c)p_x] & , \\ p'_y &= p_y & , & & p'_z &= p_z & . \end{aligned}$$

Do đó,

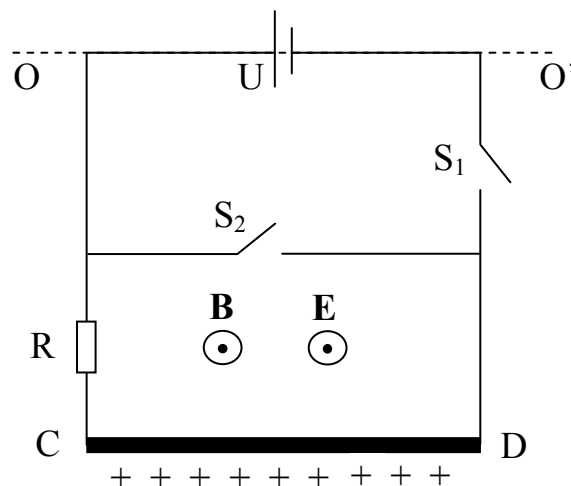
$$p'_x = 0,72 \cdot 10^3 \text{ MeV}/c \quad , \quad p'_y = -0,42 \cdot 10^3 \text{ MeV}/c .$$

Vậy

$$p'_{K^0} = 0,83 \cdot 10^3 \text{ MeV}/c \quad , \quad \varphi' = -0,53 \text{ rad} = -30,22^\circ .$$

### CÂU 3

Cho mạch điện hình vuông, chiều dài mỗi cạnh là  $d=5 \text{ cm}$ , gồm hai khóa  $S_1$  và  $S_2$ , nguồn điện có suất điện động  $U=6 \text{ V}$ , và điện trở  $R=1,0 \Omega$ . Đoạn dây dẫn CD phía dưới được bọc cách điện bởi vật liệu điện môi có khối lượng  $M=0,1 \text{ kg}$  và tích điện  $Q=10 \text{ mC}$ . Khối lượng và điện trở của dây dẫn và các thành phần khác nhỏ, có thể bỏ qua. Đoạn dây dẫn ở giữa (có chuyển mạch  $S_2$ ) nằm cách đoạn dây dẫn phía dưới một khoảng  $d/2$ . Mạch điện được treo sao cho có thể quay không ma sát quanh trục  $OO'$  nằm ngang trùng với đoạn dây dẫn phía trên (có nguồn điện). Mạch điện không bị biến dạng trong mọi trường hợp. Mạch điện nằm trong từ trường đều có cảm ứng từ  $B=10,0 \text{ T}$  và điện trường đều có cường độ điện trường  $E=1000 \text{ N/C}$ . Cả hai trường có hướng song song với nhau và vuông góc với mặt phẳng thẳng đứng đi qua trục quay  $OO'$  (xem hình vẽ 2).



Hình 2.

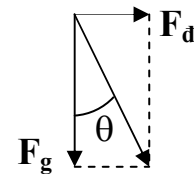
- a. Cả hai khóa  $S_1$  và  $S_2$  mở. Xác định góc  $\theta$  giữa mặt phẳng mạch điện và đường thẳng đứng.
- b. Khóa  $S_1$  đóng, khóa  $S_2$  mở. Xác định góc cân bằng  $\theta$ .
- c. Khóa  $S_1$  mở, khóa  $S_2$  đóng, mạch điện quay từ vị trí thẳng đứng  $\theta=0$  lên vị trí nằm ngang  $\theta=\pi/2$  trong thời gian  $\Delta t=5$  ms. Hãy tính công thực hiện trong quá trình đó.
- d. Mạch điện được thả từ vị trí nằm ngang với cả hai khóa mở. Hãy mô tả chuyển động của mạch điện và tính những thông số cần thiết đối với chuyển động đó. Nếu đóng khóa  $S_2$  trong quá trình mạch điện chuyển động thì có hiệu ứng gì xảy ra?

### Bài giải

a. Nếu cả hai khóa mở, trong mạch không có dòng điện. Tác dụng lên đoạn dây dẫn CD chỉ có trọng lực  $\vec{F}_g$  và lực điện  $\vec{F}_d$ . Khi mạch điện nằm ở vị trí cân bằng, ta có

$$\tan \theta_1 = \frac{|\vec{F}_d|}{|\vec{F}_g|} = \frac{QE}{Mg}.$$

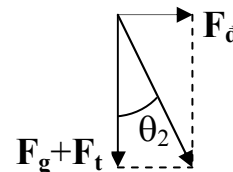
Do đó,  $\theta_1 = 84,4^\circ$ .



b. Nếu  $S_1$  đóng,  $S_2$  mở, dòng điện cường độ  $I = \frac{U}{R}$  đi qua dây dẫn CD. Từ trường tác dụng lên đoạn dây dẫn CD lực  $\vec{F}_t$ . Ở vị trí cân bằng, góc nghiêng  $\theta_2$  được xác định bởi phương trình

$$\tan \theta_2 = \frac{|\vec{F}_d|}{|\vec{F}_g + \vec{F}_t|} = \frac{QE}{Mg + BId},$$

hay  $\theta_2 = 68,2^\circ$ .



c. Khi khóa  $S_1$  mở,  $S_2$  đóng, mạch điện chuyển từ vị trí thẳng đứng sang vị trí nằm ngang, trong mạch gồm dây dẫn CD, điện trở  $R$  và khóa  $S_2$  có dòng điện cảm ứng cường độ trung bình  $I_{tb} = \frac{1}{R} \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ .

Theo định luật bảo toàn năng lượng, công  $W$  cần thiết để làm mạch điện thay đổi vị trí bằng tổng của biến thiên thế năng của mạch điện và nhiệt lượng tỏa ra trên điện trở. Ta có

$$W = Mgd \pm QEd + I_{tb}^2 R \Delta t = Mgd \pm QEd + \frac{B^2 d^4}{4R \Delta t}.$$

Dấu '+' ứng với trường hợp (i) quay mạch điện ngược chiều tác dụng của điện trường, dấu '-' ứng với trường hợp (ii) quay mạch theo chiều tác dụng của điện trường.

- Trường hợp (i):  $W = 0,58 \text{ J}$

- Trường hợp (ii):  $W = - 0,42 \text{ J}$

**d.** Khi hai khóa mở, vị trí cân bằng của mạch điện ứng với góc  $\theta_1$ . Nếu mạch điện ở vị trí với góc lệch  $\alpha$  so với vị trí cân bằng, lực kéo mạch điện trở về vị trí cân bằng là

$$F = Mg \sin(\theta_1 + \alpha) - QE \cos(\theta_1 + \alpha)$$

$$= M(g \cos\theta_1 + \frac{QE}{M} \sin\theta_1) \sin \alpha$$

$$\equiv Mg_{hd} \sin \alpha$$

Giống với trường hợp con lắc đơn, nếu góc lệch  $\alpha$  nhỏ, mạch điện sẽ thực hiện dao động điều hòa với tần số góc  $\omega = \sqrt{\frac{g_{hd}}{d}} = 44,83 \text{ rad/s}$ , chu kỳ  $T = 0,14 \text{ s}$ .

Nếu đóng khóa  $S_2$  trong quá trình mạch điện dao động, trong mạch điện chứa dây CD, điện trở R và khóa  $S_2$  xuất hiện dòng điện cảm ứng có tác dụng chống lại sự dao động của mạch.

Do đó, mạch điện sẽ dao động tắt dần, cuối cùng sẽ dừng lại ở vị trí cân bằng với góc lệch  $\theta_1$  so với vị trí thẳng đứng.

## CÂU 4

Chiết suất  $n$  của không khí ở nhiệt độ 300 K và độ cao ngang mực nước biển ứng với ánh sáng có bước sóng  $\lambda$  nằm giữa vùng phổ nhìn thấy là 1,0003. Giả thiết rằng khí quyển có nhiệt độ đồng đều là 300 K và đại lượng  $(n-1)$  tỉ lệ với mật độ không khí. Hỏi khí quyển của Quả đất phải đậm đặc hơn bao nhiêu lần để ánh sáng bước sóng  $\lambda$  sẽ đi vòng quanh Quả đất ở độ cao ngang mực nước biển. Biết rằng lên cao 8700 m thì mật độ không khí giảm e lần. Bán kính Quả đất là  $R = 6400 \text{ km}$ .

### Bài giải

Theo giả thiết khí quyển có nhiệt độ đồng đều, sự phụ thuộc của mật độ không khí  $d(r)$  vào chiều cao  $r$  tuân theo phân bố Boltzmann

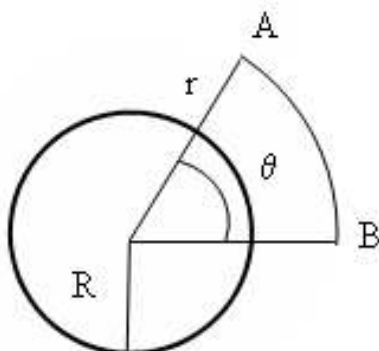
$$d(r) \propto e^{-\frac{mg(r-R)}{kT}}$$

trong đó  $r$  là độ cao tính từ tâm Quả đất. Ta có biểu thức cho chiết suất của không khí phụ thuộc độ cao

$$n(r) - 1 = \rho e^{-\frac{r-R}{h}} \quad \text{hay} \quad n(r) = 1 + \rho e^{-\frac{r-R}{h}}$$

với  $\rho$  là hệ số tỷ lệ liên quan đến mật độ không khí,  $h=8700$  m. Do đó

$$\frac{dn(r)}{dr} = -\frac{\rho}{h} e^{-\frac{r-R}{h}} \quad (1)$$



Giả sử khí quyển có mật độ đậm đặc đến mức ánh sáng truyền theo độ cong của bề mặt Quả đất ở độ cao  $r$ , tức là truyền theo cung tròn bán kính  $r$ , từ điểm A đến điểm B. Độ dài quang trình từ A đến B là

$$s = n(r) r \theta .$$

Ta biết đường truyền của ánh sáng thỏa mãn điều kiện độ dài quang trình là cực trị. Do đó

$$\frac{ds}{dr} = \left[ \frac{dn(r)}{dr} r + n(r) \right] \theta = 0 \quad \text{hay} \quad \frac{dn(r)}{dr} = -\frac{n(r)}{r} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có

$$\frac{n(r)}{r} = \frac{\rho}{h} e^{-\frac{r-R}{h}} \quad (3)$$

Đặt  $r = R$ , ta nhận được

$$\frac{\rho R}{h} = 1 + \rho \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{h}{R - h} = 0,00136 \quad (4)$$

Trong thực tế, chiết suất ở độ cao ngang mực nước biển là  $n_0=1,0003$ , suy ra hằng số  $\rho_0 = n_0 - 1 = 0,0003$ .

Như vậy, để ánh sáng truyền theo độ cong của bề mặt quả đất ở độ cao ngang mực nước biển, khí quyển phải đậm đặc hơn khí quyển thật  $\rho/\rho_0$  lần:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{0,00136}{0,0003} = 4,53 \quad .$$

**HẾT**