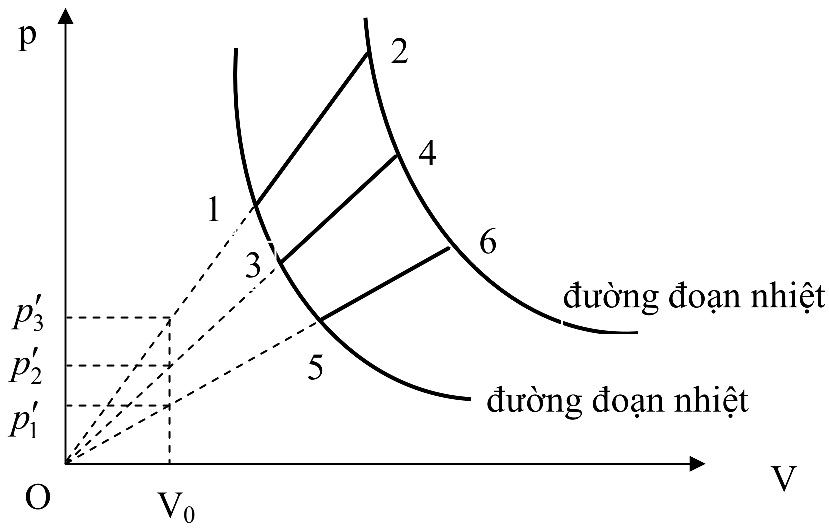
ĐÁP ÁN GIẢI BÀI TẬP

CÂU 1.

Trên giản đồ p-V (xem hình vẽ) có biểu diễn các quá trình được thực hiện bởi một khối khí lý tưởng đơn nguyên tử có nhiệt dung đẳng tích C_V không đổi, bao gồm hai đường đoạn nhiệt và ba đoạn thẳng có phần kéo dài đi qua gốc tọa độ O. Hãy so sánh hiệu suất của các động cơ nhiệt dùng khối khí lý tưởng trên làm tác nhân, hoạt động theo các chu trình sau:

a. 12431 và 12651

b. 12431 và 34653. Biết rằng $p_1' : p_2' : p_3' = 1:2:3$.



Bài giải

Khí chỉ trao đổi nhiệt trong các quá trình 1↔2, 3↔4 và 5↔6. Gọi độ lớn lượng nhiệt trao đổi trong các quá trình đó lần lượt là Q_1, Q_2 và Q_3.

a. Xét chu trình 12431, hiệu suất của chu trình này là

$$\eta_{12431} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \quad . \tag{1}$$

Tương tự, ta có hiệu suất của hai chu trình 34653 và 12651 là

$$\eta_{34653} = 1 - \frac{Q_3}{Q_2} \tag{2}$$

và

$$\eta_{12651} = 1 - \frac{Q_3}{Q_1} \quad . \tag{3}$$

Vì $\eta < 1$ nên $Q_3 < Q_2$. Do đó, từ (1) và (3), suy ra

$$\eta_{12651} > \eta_{12431} \quad .$$

b. Dạng chung của phương trình mô tả ba đoạn thẳng (tức là các quá trình 1-2, 3-4, 5-6) là $p = kV$, trong đó *k* là hằng số $\Rightarrow dp = kdV$.

Từ phương trình trạng thái (giả sử có *n* mol khí) ta có

$$pV = nRT \qquad \Rightarrow \qquad pdV + Vdp = nRdT \quad . \tag{4}$$

Thay biểu thức của *dp* vào (4) và chú ý $p = kV$, ta được

$$pdV + kVdV = nRdt \;\Rightarrow\; 2pdV = nRdT \quad .$$

Theo Nguyên lý I ta có

$$\delta Q = dU + \delta A = nC_V dT + pdV = nC_V dT + \frac{1}{2}nRdT \quad .$$

Suy ra, nhiệt dung trong các quá trình 1↔2, 3↔4, 5↔6 là

$$C = \frac{\delta Q}{dT} = nC_V + \frac{1}{2}nR = const \quad .$$

Gọi nhiệt độ các trạng thái 1, 2, 3, 4, 5, 6 lần lượt là T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6 và phương trình mô tả các quá trình

1↔2 là $p = k_3V$; (5)

3↔4 là $p = k_2V$; (6)

5↔6 là $p = k_1V$. (7)

Suy ra

$$p_1' = k_1V_0 \;\;;\;\; p_2' = k_2V_0 \;\;;\;\; p_3' = k_3V_0 \;\;\Rightarrow\;\; k_1 : k_2 : k_3 = 1:2:3 \quad .$$

Ta cũng có $Q_1 = C(T_2 - T_1)$; $Q_2 = C(T_4 - T_3)$; $Q_3 = C(T_6 - T_5)$.

Suy ra $Q_1 : Q_2 : Q_3 = (T_2 - T_1) : (T_4 - T_3) : (T_6 - T_5)$.

Từ phương trình trạng thái ta có

$$T_2 - T_1 = \frac{p_2V_2 - p_1V_1}{nR} = \frac{k_3V_2^2 - k_3V_1^2}{nR} = \frac{k_3(V_2^2 - V_1^2)}{nR} \quad .$$

Tương tự, ta có

$$T_4 - T_3 = \frac{k_2(V_4^2 - V_3^2)}{nR} \quad \text{và} \quad T_6 - T_5 = \frac{k_1(V_6^2 - V_5^2)}{nR} \quad .$$

Suy ra

$$Q_1 : Q_2 : Q_3 = k_3(V_2^2 - V_1^2) : k_2(V_4^2 - V_3^2) : k_1(V_6^2 - V_5^2) \, . \tag{8}$$

Xét các quá trình đoạn nhiệt 1-3-5 và 2- 4 - 6, ta có

$$p_1V_1^{\gamma} = p_3V_3^{\gamma} = p_5V_5^{\gamma} \quad \text{và} \quad p_2V_2^{\gamma} = p_4V_4^{\gamma} = p_6V_6^{\gamma} \quad .$$

Dùng các phương trình (5), (6) và (7), ta được

$$k_3V_1^{\gamma+1} = k_2V_3^{\gamma+1} = k_1V_5^{\gamma+1} \quad \text{và} \quad k_3V_2^{\gamma+1} = k_2V_4^{\gamma+1} = k_1V_6^{\gamma+1} \quad .$$

Suy ra

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma+1} = \left(\frac{V_4}{V_3}\right)^{\gamma+1} = \left(\frac{V_6}{V_5}\right)^{\gamma+1}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_4}{V_3} = \frac{V_6}{V_5} = \alpha$$

Thay vào (8) ta được:

$$Q_1 : Q_2 : Q_3 = k_3V_1^2(\alpha^2 - 1) : k_2V_3^2(\alpha^2 - 1) : k_1V_5^2(\alpha^2 - 1)$$

$$= k_3V_1^2 : k_2V_3^2 : k_1V_5^2 \quad . \tag{9}$$

Đặt

$$k_3V_1^{\gamma+1} = k_2V_3^{\gamma+1} = k_1V_5^{\gamma+1} = \beta^{\gamma+1} \quad ,$$

suy ra $\quad V_1 = \beta k_3^{-\frac{1}{\gamma+1}} \quad , \quad V_3 = \beta k_2^{-\frac{1}{\gamma+1}} \quad , \quad V_5 = \beta k_1^{-\frac{1}{\gamma+1}} \quad .$

Thay vào (9), ta có

$$Q_1 : Q_2 : Q_3 = k_3V_1^2 : k_2V_3^2 : k_1V_5^2 = k_3\beta^2 k_3^{-\frac{2}{\gamma+1}} : k_2\beta^2 k_2^{-\frac{2}{\gamma+1}} : k_1\beta^2 k_1^{-\frac{2}{\gamma+1}}$$

$$= k_3^{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} : k_2^{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} : k_1^{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} \quad .$$

Ta có

$$\eta_{12431} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \left(\frac{k_2}{k_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} \quad .$$

Tương tự,

$$\eta_{34653} = 1 - \frac{Q_3}{Q_2} = 1 - \left(\frac{k_1}{k_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} \quad .$$

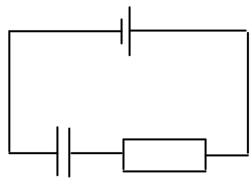
Vì $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} > \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}}$ nên

$$\eta_{34653} > \eta_{12431} \quad .$$

CÂU 2.

Một tụ điện có điện dung *C* mắc nối tiếp với điện trở *R* vào một bộ pin có suất điện động *E*. Các bản của tụ điện dịch chuyển lại gần nhau rất nhanh trong khoảng thời gian Δt đến khi khoảng cách giữa chúng chỉ còn bằng một nửa khoảng cách ban đầu. Giả thiết rằng trong thời gian các bản tụ dịch chuyển, điện tích của tụ gần như không đổi.

- **a.** Hãy tính nhiệt lượng tỏa ra trên điện trở cho tới thời điểm kết thúc sự phân bố lại điện tích.
- **b.** Hãy đánh giá độ lớn của *R* để giả thiết nêu trên (điện tích của tụ gần như không đổi) được thỏa mãn, cho biết $\Delta t = 10^{-2}$ s, $C = 10^{-10}$ F.



Hướng dẫn:

Cho phương trình vi phân

$$\frac{dy}{dx} + g(x)y = A \quad ,$$

trong đó g(x) là một hàm cho trước của x, A là hằng số. Đặt

$$G(x) = \int_0^x dx'\, g(x') \quad .$$

Nghiệm của phương trình đã cho với điều kiện biên $y(x=0)=y_0$ *là*

$$y(x) = \mathrm{e}^{-G(x)}\left[A\int_0^x dx'\,\mathrm{e}^{G(x')} + y_0\right] \quad .$$

Bài giải

a. Theo định luật bảo toàn năng lượng, sau khi các bản tụ dịch chuyển lại gần nhau, ta có

$$Q = A - \Delta W,$$

trong đó *Q* là nhiệt lượng tỏa ra trên điện trở, *A* là công của lực lạ trong bộ nguồn, ΔW là độ biến thiên năng lượng của điện trường giữa hai bản tụ. Ký hiệu Δq là độ biến thiên điện tích của tụ trong quá trình phân bố lại điện tích, ta có

$$\Delta q = E.\Delta C = (2C-C)E = CE \quad , \quad A = \Delta q.E = CE^2 \quad .$$

Sau khi hai bản tụ dịch lại gần nhau, điện dung của tụ là 2*C*, còn điện tích của tụ thì không thay đổi (theo giả thiết). Vì vậy hiệu điện thế giữa hai bản tụ là

E/2. Ngay sau khi kết thúc sự phân bố lại điện tích, hiệu điện thế lại là *E*. Do đó,

$$\Delta W = \frac{2CE^2}{2} - \frac{2C(E/2)^2}{2} = \frac{3}{4}CE^2.$$

Vậy

$$Q = \frac{1}{4}CE^2 \quad .$$

b. Ký hiệu *x(t)* là khoảng cách giữa hai bản tụ ở thời điểm *t*, *x(0)=D*, trong đó *D* là khoảng cách ban đầu giữa hai bản tụ. Điện tích của tụ ở thời điểm *t* là *q(t)*. Ta có các phương trình

$$q(t)=(E-IR)C(t), \quad I=dq/dt, \qquad C(t)=kS/x(t).$$

Ở đây, *S* là diện tích của bản tụ điện, *k* là hằng số ($k=\varepsilon_0$ nếu môi trường giữa hai bản tụ là không khí).

Ta có phương trình vi phân

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{kSR}x(t)q = \frac{E}{R} \quad .$$

Đặt

$$F(t) = \int_0^t dt'\, x(t') \quad ,$$

lời giải của phuơng trình trên là

$$q(t) = \mathrm{e}^{-\frac{1}{kSR}F(t)}\left[\frac{E}{R}\int_0^t dy\, \mathrm{e}^{\frac{1}{kSR}F(y)} + EC\right] \quad .$$

Sau khoảng thời gian Δt rất nhỏ, ta có

$$q \approx E(C+\Delta t/R).$$

Để có thể xem điện tích là không đổi trong thời gian hai bản tụ dịch chuyển, *R* phải thỏa mãn điều kiện

$$R >> \frac{\Delta t}{C} = 10^8\ \Omega \quad .$$

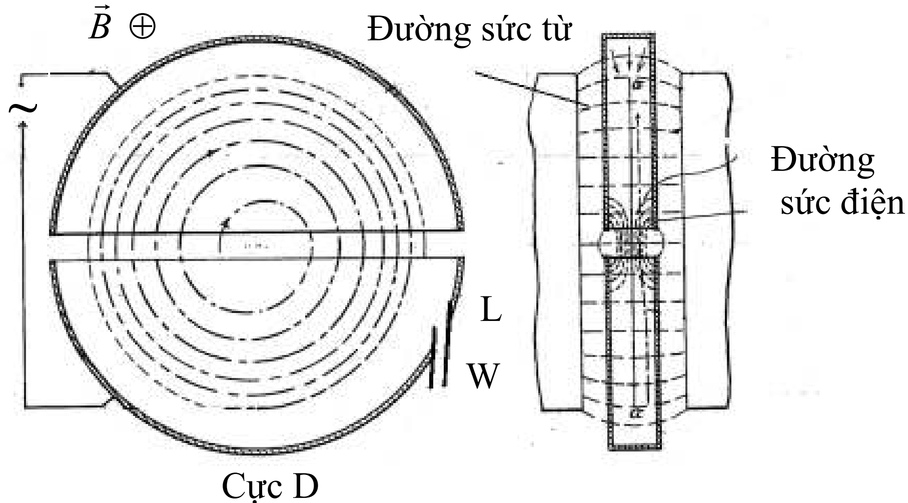
CÂU 3.

Trong một số nghiên cứu hạt nhân, người ta cần gia tốc các hạt tích điện (proton, đơteron, electron, các ion, ...) để các hạt đó có năng lượng đủ lớn gây ra phản ứng hạt nhân. Một trong các thiết bị gia tốc hạt là máy gia tốc xiclotron (xem hình vẽ).

Xiclotron gồm một hình trụ rỗng bằng kim loại được cắt thành hai phần theo đường kính, gọi là các cực đê hay cực D. Cả hệ thống được đặt trong từ trường đều không đổi có cảm ứng từ B vuông góc với mặt phẳng của các cực. Hai cực này được nối với nguồn điện xoay chiều tần số cao để tạo một điện trường xoay chiều ở khe giữa chúng. Hạt tích điện cần gia tốc được tạo thành ở tâm hai cực, đi vào các cực D rỗng và chuyển động trong đó theo quỹ đạo tròn với tốc độ không đổi. Hạt chỉ được gia tốc mỗi khi đi qua khe giữa các cực D nếu chiều chuyển động phù hợp với chiều của điện trường. Để có sự cộng hưởng đó, tần số góc của chuyển động tròn của hạt phải bằng tần số góc của điện trường xoay chiều. Kết quả là hạt chuyển động theo đường xoắn ốc và được lái ra ngoài qua cửa sổ W bởi bộ phận lái L.

Do khối lượng của hạt phụ thuộc vào tốc độ nên tần số góc của hạt thay đổi, dẫn đến sự cộng hưởng bị phá vỡ. Để không xảy ra sự mất đồng bộ pha trong xiclotron, người ta có thể thay đổi tần số của điện trường xoay chiều mà vẫn giữ từ trường không đổi. Khi đó ta có máy gia tốc phazotron.

Nếu dùng phazotron để gia tốc đơteron thì cần thay đổi tần số của điện trường theo thời gian như thế nào, biết rằng cứ sau mỗi vòng quay, hạt nhận được năng lượng trung bình là Δ? Để động năng của hạt đạt đến 200 MeV thì tần số của điện trường thay đổi bao nhiêu phần trăm? Bỏ qua động năng ban đầu của hạt. Cho biết năng lượng nghỉ của đơteron là E_d = 1876 MeV.



Bài giải

Ký hiệu E là năng lượng của hạt, Δ là năng lượng hạt nhận được sau một vòng quay, ω là tần số góc của nó. Tốc độ tăng năng lượng của hạt là

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\omega\Delta}{2\pi} \quad . \tag{1}$$

Mặt khác,

$$\omega = \frac{c^2 qB}{E} \quad . \tag{2}$$

Do đó,

$$E_d + \int_0^t dt\, \frac{\omega\Delta}{2\pi} = \frac{c^2 qB}{\omega} \quad . \tag{3}$$

Do B = const, lấy đạo hàm hai vế của (3) theo t, ta nhận được phương trình

$$\frac{1}{\omega^3}\frac{d\omega}{dt} = -\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\omega^2}\right) = -\frac{\Delta}{2\pi\, c^2 qB} \ ,$$

hay

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\omega^2}\right) = \frac{\Delta}{\pi\, c^2 qB} \quad . \tag{4}$$

Cuối cùng, ta nhận được biểu thức biểu diễn sự phụ thuộc vào thời gian của tần số góc của hạt, tức là tần số của điện trường,

$$\omega(t) = \frac{\omega_0}{\sqrt{At+1}} \qquad \text{với} \qquad A = \frac{\omega_0^2\Delta}{\pi c^2 qB} \ , \tag{5}$$

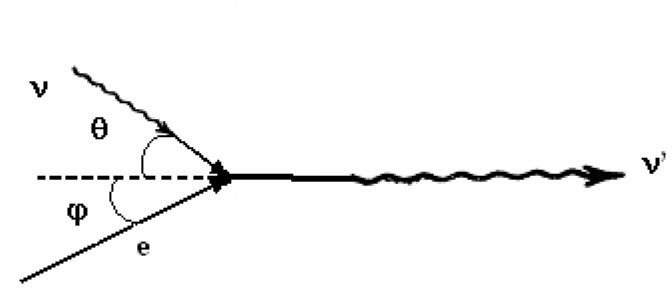
trong đó ω_0 là tần số tại t=0.

Từ (2) ta rút ra

$$\left|\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right| = \left|\frac{E - E_d}{E}\right| \approx 9{,}6\% \quad .$$

CÂU 4.

Một photon tia X (ký hiệu là ν) có bước sóng $\lambda_0 = 0{,}125nm$ và một electron chuyển động với vận tốc không đổi va chạm với nhau. Sau va chạm, ta được electron đứng yên và photon ν' (xem hình vẽ). Biết góc lập bởi phương truyền của photon ν với phương truyền của photon ν' bằng $\theta = 60^0$. Tính bước sóng de Broglie của electron trước va chạm. Cho khối lượng nghỉ của electron $m_e = 9{,}1.10^{-31}kg$, hằng số Planck $h = 6{,}625.10^{-34}Js$ và vận tốc ánh sáng $c = 3.10^8 m/s$.



Bài giải

Gọi $f_0(\lambda_0)$ và $f(\lambda)$ lần lượt là tần số (bước sóng) của hai photon ν và ν'. Ký hiệu E_e và p_e lần lượt là năng lượng toàn phần và động lượng của electron trước va chạm, $m_e c^2$ là năng lượng nghỉ của electron. Theo định luật bảo toàn năng lượng và động lượng, ta có:

$$hf_0 + E_e = m_e c^2 + hf \qquad , \tag{1}$$

$$p_e \sin\varphi - \frac{h}{\lambda_0}\sin\theta = 0 \qquad , \tag{2}$$

$$p_e \cos\varphi + \frac{h}{\lambda_0}\cos\theta = \frac{h}{\lambda} \qquad . \tag{3}$$

Ta sẽ khử φ từ các phương trình trên và thay $\theta = 60^0$. Từ (2) và (3) ta có

$$p_e^2 \sin^2\varphi = \frac{3h^2}{4\lambda_0^2} \qquad ,$$

$$p_e^2 \cos^2\varphi = \left(\frac{h}{\lambda} - \frac{h}{2\lambda_0}\right)^2 \qquad .$$

Cộng hai phương trình trên với nhau ta được

$$p_e^2 = h^2\left(\frac{1}{\lambda_0^2} + \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_0\lambda}\right) \quad . \tag{4}$$

Mặt khác,

$$p_e^2 = \frac{E_e^2 - m_e^2 c^4}{c^2} \quad .$$

Từ (1) ta có

$$m_e c^2 = E_e + h(f_0 - f) \quad .$$

Thay vào biểu thức trên của p_e^2, ta được

$$p_e^2 = \frac{E_e^2 - \left[E_e + h(f_0 - f)\right]^2}{c^2} = \frac{-2hE_e(f_0 - f) - h^2(f_0 - f)^2}{c^2}$$

$$= -2hm_e(f_0 - f) + 2\frac{h^2}{c^2}(f_0 - f)^2 - \frac{h^2}{c^2}(f_0 - f)^2$$

$$= h^2\left(\frac{1}{\lambda_o} - \frac{1}{\lambda}\right)^2 - 2m_e hc\left(\frac{1}{\lambda_o} - \frac{1}{\lambda}\right) \quad . \qquad (5)$$

So sánh (4) và (5) ta được

$$p_e^2 = h^2\left(\frac{1}{\lambda_0^2} + \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_0 \lambda}\right) = h^2\left(\frac{1}{\lambda_o} - \frac{1}{\lambda}\right)^2 - 2m_e hc\left(\frac{1}{\lambda_o} - \frac{1}{\lambda}\right) \quad .$$

Sau khi rút gọn, ta có

$$\frac{h^2}{\lambda_0 \lambda} = 2m_e hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right) \quad .$$

Suy ra

$$\lambda_0 - \lambda = \frac{h}{2m_e c} \quad .$$

Thay $\lambda_0 = 0{,}125nm$, ta tìm được $\lambda = 0{,}1238nm$.
Theo công thức tính bước sóng de Broglie, ta có

$$p_e = \frac{h}{\lambda_e} \quad .$$

Dùng (4), ta được

$$p_e^2 = \frac{h^2}{\lambda_e^2} = h^2\left(\frac{1}{\lambda_0^2} + \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_0 \lambda}\right) \quad ,$$

hay

$$\frac{1}{\lambda_e^2} = \left(\frac{1}{\lambda_0^2} + \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_0 \lambda}\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\lambda_e} = \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda_0^2} - \frac{1}{\lambda \lambda_0}} \quad .$$

Thay các số liệu đã biết, ta được

$$\lambda_e = 0{,}124nm \quad .$$