


Chương 18

Sự chồng chập và sóng dừng

 ừ hai chương trước, chúng ta đã thấy sóng có những tính chất rất khác với hạt. Hạt thì không có kích thước, trong khi đó sóng có một kích thước đặc trưng - đó là bước sóng. Một khác biệt quan trọng nữa giữa sóng và hạt: hai hay nhiều sóng có thể kết hợp với nhau trên cùng một điểm trong môi trường. Các hạt cũng có thể kết hợp với nhau, nhưng nhất định phải bố trí tại các điểm khác nhau. Ngược lại, hai sóng đều có thể hiện diện trên cùng một vị trí.

Khi các sóng kết hợp với nhau dưới sự ràng buộc của điều kiện biên, chỉ một vài giá trị nhất định của tần số được phép xuất hiện. Lúc ấy chúng ta nói rằng, tần số bị lượng tử hoá. Sự lượng tử hoá là khái niệm đóng vai trò trọng tâm trong bộ môn ***cơ học lượng tử***, một chủ đề nằm ngoài phạm vi giáo trình này. Trong chương này, chúng ta dùng phép lượng tử hoá để tìm hiểu cấu trúc hành vi của các loại nhạc cụ thuộc bộ dây và bộ gõ.

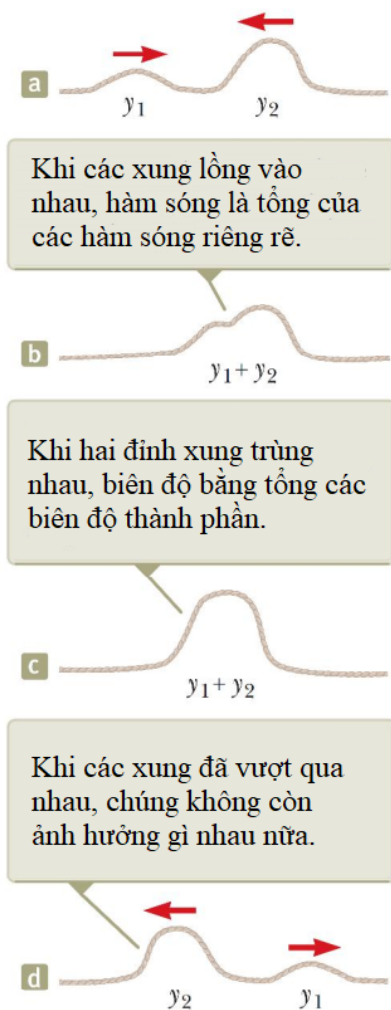
Ta cũng sẽ khảo sát sự kết hợp của nhiều sóng với tần số khác nhau. Khi xảy ra giao thoa giữa hai sóng có tần số rất gần nhau, chúng ta nghe thấy sự biến đổi độ vang của âm thanh theo từng nhịp. Sau cùng, chúng ta sẽ thảo luận về câu hỏi: bằng cách nào một sóng tuần hoàn không sin tính có thể được diễn đạt dưới dạng tổng các hàm sin và cos.

18.1 Sự giao thoa

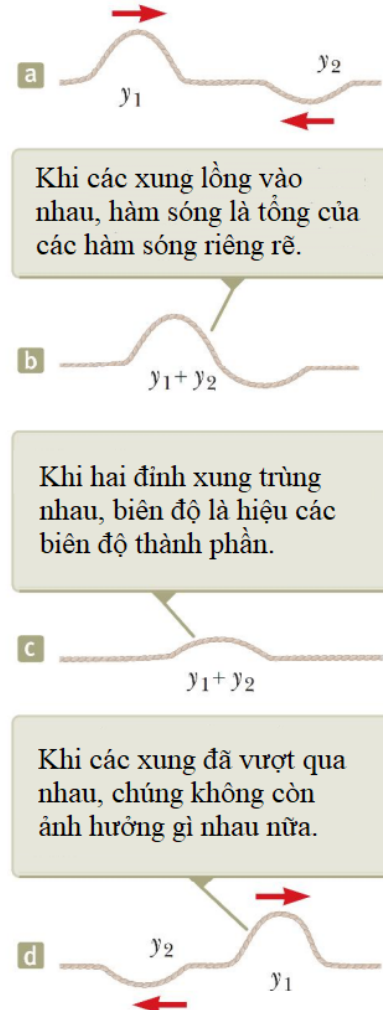
Nhiều hiện tượng sóng trong tự nhiên không thể mô tả chỉ bằng một *sóng chạy*. Thay vào đó, cần phân tích chúng qua sự kết hợp của nhiều sóng chạy. Các sóng có thể kết hợp với nhau tại cùng một vị trí trong không gian. Để phân tích sự kết hợp sóng như thế, ta vận dụng **nguyên lý chồng chất**:

Khi hai hay nhiều sóng cùng lan truyền trong một môi trường, hàm sóng tổng hợp chính bằng tổng của các hàm sóng thành phần.

Những sóng nào tuân theo nguyên lý trên được gọi là **sóng tuyến tính**. Trong trường hợp sóng cơ học, những sóng nào có biên độ nhỏ hơn nhiều so với bước sóng thường mang tính chất tuyến tính, tức tuân theo nguyên lý chồng chất. Những sóng vi phạm nguyên lý chồng chất gọi là **sóng phi tuyến**, thường đặc trưng bởi biên độ lớn. Trong giáo trình này chúng ta chỉ đề cập đến sóng tuyến tính.



Hình 18.1: Giao thoa tăng cường



Hình 18.2: Giao thoa triệt tiêu

Hệ quả trực tiếp của nguyên lý chồng chất là hai sóng chạy có thể đâm xuyên qua nhau mà không gây ảnh hưởng hay phá vỡ lẫn nhau. Ví dụ khi hai viên sỏi cùng ném xuống ao, chạm vào mặt nước tại hai điểm khác nhau, các vòng tròn của

hai sóng mở rộng dần, đi xuyên qua nhau như thể không biết đến sự tồn tại của nhau.

Hình 18.1 và 18.2 miêu tả bức tranh chồng chập của hai xung. y_1 là hàm sóng của xung chạy về bên phải, còn y_2 là hàm sóng của xung chạy về bên trái. Các xung có cùng tốc độ nhưng khác về hình dạng, độ chuyển dời (khỏi vị trí cân bằng) của các phần tử môi trường đều có giá trị dương trên cả hai xung. Khi các xung lồng vào nhau như hình 18.1b, hàm sóng là kết quả của phép tổng hợp $y_1 + y_2$. Khi hai đỉnh xung có vị trí trùng nhau (hình 18.1c), hàm sóng tổng hợp $y_1 + y_2$ tạo ra biên độ lớn hơn mỗi xung ban đầu. Sau cùng hai xung này cũng tách ra riêng rẽ và tiếp tục di chuyển theo hướng ban đầu của chúng (hình 18.1d). Để ý rằng hình dạng các xung không bị biến đổi sau tương tác, như thể chúng chưa bao giờ gặp nhau vậy!

Sự kết hợp của nhiều sóng riêng rẽ tạo nên sóng tổng hợp được gọi là **giao thoa**. Trường hợp hai xung có biên dạng cùng chiều như hình 18.1, xung tổng hợp lớn hơn mỗi xung thành phần, ta gọi là **giao thoa tăng cường**. Trường hợp hai xung có biên dạng ngược chiều như hình 18.2, hàm sóng của xung tổng hợp cũng được viết dạng $y_1 + y_2$, nhưng y_2 mang giá trị âm. Hai xung này đi xuyên qua nhau sẽ tạo nên **giao thoa triệt tiêu**.

Câu hỏi 18.1: Hai xung có hình dạng đối xứng nhau, một biên dạng về phía dương, một biên dạng về phía ngược lại, di chuyển ngược chiều nhau dọc theo sợi dây. Tại thời điểm hai xung hoàn toàn chồng khít nhau, chuyện gì xảy ra:

- (a) Năng lượng trên các xung bị triệt tiêu.
- (b) Sợi dây không chuyển động.
- (c) Dây có hình dạng một đoạn thẳng.
- (d) Các xung biến mất và sẽ không xuất hiện trở lại.

Sự chồng chập nhiều sóng điều hoà

Áp dụng nguyên lý chồng chất cho trường hợp hai sóng chạy hình sin lan truyền theo cùng hướng. Nếu hai sóng đều di chuyển về bên phải với cùng tần số, cùng bước sóng, cùng biên độ nhưng khác pha, ta có thể biểu diễn các hàm sóng thành phần dưới dạng:

$$\begin{aligned} y_1 &= A \sin(kx - \omega t), \\ y_2 &= A \sin(kx - \omega t + \varphi), \end{aligned}$$

trong đó $k = 2\pi/\lambda$, $\omega = 2\pi f$, φ - độ lệch pha. Từ đây suy ra hàm sóng tổng hợp:

$$y = y_1 + y_2 = A [\sin(kx - \omega t) + \sin(kx - \omega t + \varphi)].$$

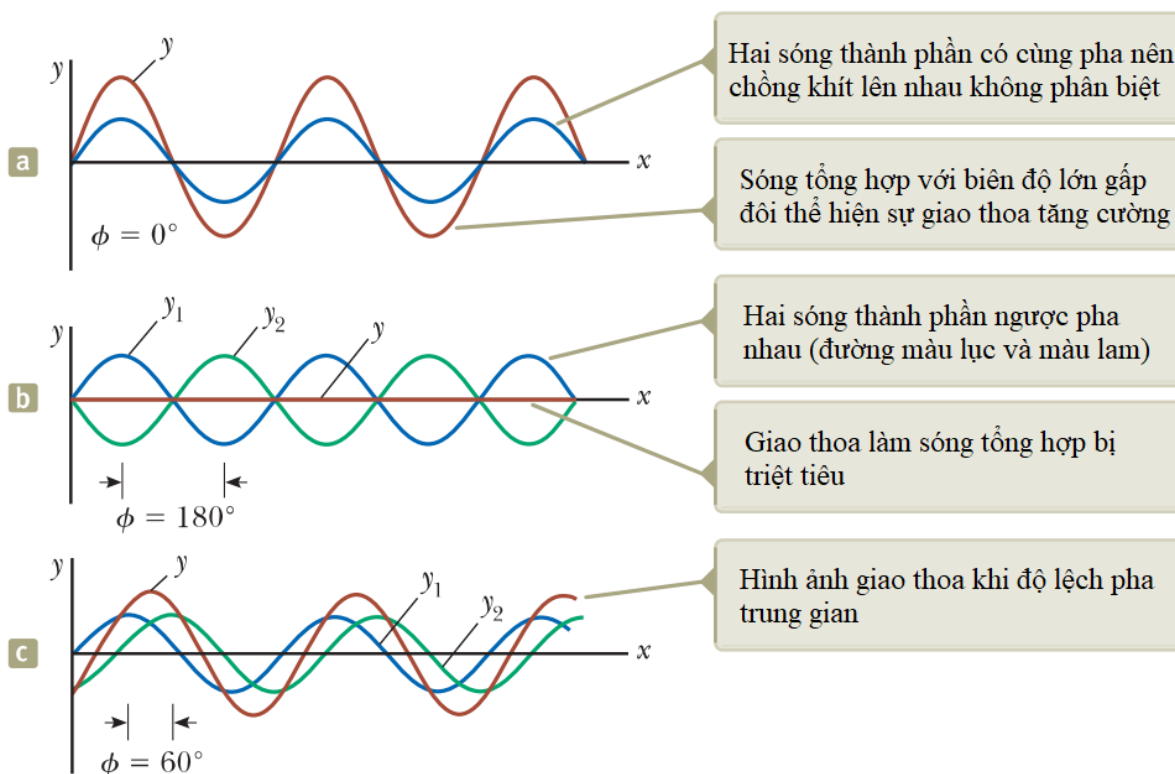
Để đơn giản hoá biểu thức trên, ta dùng đẳng thức lượng giác:

$$\sin a + \sin b = 2 \cos \frac{a-b}{2} \sin \frac{a+b}{2}.$$

Thế $a = kx - \omega t$, $b = kx - \omega t + \varphi$, thu được hàm sóng tổng hợp:

$$y = 2A \cos \frac{\varphi}{2} \cdot \sin \left(kx - \omega t + \frac{\varphi}{2} \right).$$

Kết quả này mang những nét đặc trưng quan trọng. Sóng tổng hợp cũng có dạng hình sin với cùng tần số và bước sóng như mỗi sóng thành phần, do có cùng giá trị k và ω . Biên độ của sóng tổng hợp phụ thuộc vào độ lệch pha φ . Nếu $\varphi = 0$, hay hai sóng thành phần cùng pha, biên độ tổng hợp sẽ bằng $2A$, gấp đôi biên độ sóng thành phần (hình 18.3a). Lúc này các đỉnh sóng nằm trùng nhau tạo nên sự giao thoa tăng cường. Một cách tổng quát, sự giao thoa tăng cường xảy ra khi $\varphi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$ hay khi $\cos(\varphi/2) = \pm 1$.



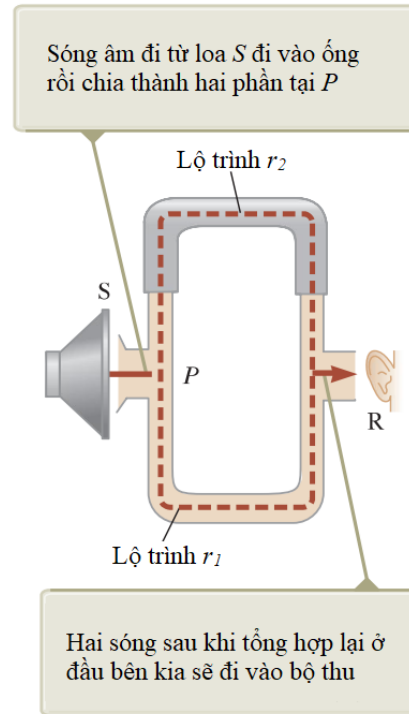
Hình 18.3: Giao thoa hai sóng điều hoà

Nếu $\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$ hay khi $\cos(\varphi/2) = 0$, hai sóng thành phần ngược pha nhau dẫn đến hiện tượng sóng tổng hợp hoàn toàn bị triệt tiêu (hình 18.3b). Còn nếu độ lệch pha nằm trung gian giữa 0 và π , biên độ sóng tổng hợp sẽ có giá trị dẫu đó giữa 0 và $2A$ (hình 18.3c).

Trong trường hợp tổng quát hơn, khi hai sóng thành phần mang cùng tần số, cùng bước sóng nhưng khác biên độ, hiện tượng cũng xảy ra tương tự, ngoại trừ điều sau đây. Khi hai sóng cùng pha, biên độ của sóng tổng hợp không phải bằng 2 lần biên độ sóng thành phần, mà bằng tổng các biên độ thành phần. Còn khi hai sóng ngược pha nhau, chúng không hoàn toàn triệt tiêu nhau như hình 18.3b, mà tạo nên sóng tổng hợp có biên độ bằng hiệu các biên độ thành phần.

Sự giao thoa của sóng âm

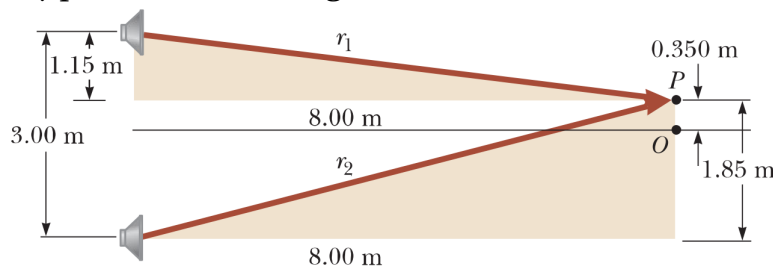
Một thiết bị dùng để minh họa sự giao thoa của sóng âm được miêu tả trên hình 18.4. Âm thanh từ loa S truyền vào đường ống từ điểm P , nơi ống phân nhánh dạng chữ T . Một nửa năng lượng âm sẽ truyền theo nhánh ống phía trên, nửa còn lại truyền đi theo hướng ngược lại. Do vậy âm thanh có thể truyền đến bộ thu R theo hai đường. Lộ trình r_1 của nhánh bên dưới giữ cố định, nhưng lộ trình r_2 của nhánh bên trên có thể điều chỉnh nhờ ống trượt chữ U . Khi hiệu các lộ trình $\Delta r = |r_2 - r_1|$ bằng nguyên lần bước sóng: $\Delta r = n\lambda, n = 0, 1, 2, 3, \dots$ hai sóng khi đạt đến bộ thu R sẽ có cùng pha và xảy ra giao thoa tăng cường như hình 18.3a. Khi này âm thanh ở bộ thu nghe rõ nhất. Nếu hiệu lộ trình nói trên bằng nguyên lẻ lần nửa bước sóng $\Delta r = \lambda/2, 3\lambda/2, \dots$ hai sóng sẽ ngược pha nhau và triệt tiêu lẫn nhau. Sự giao thoa triệt tiêu xảy ra và không có âm thanh được ghi nhận ở đầu máy thu.



Hình 18.4: Thí nghiệm giao thoa sóng âm

Bài tập mẫu 17.1: Giao thoa giữa hai nguồn sóng kết hợp

Hai nguồn âm giống hệt nhau đặt cách nhau 3m, lấy tín hiệu từ cùng một bộ phát dao động điều hoà. Một người quan sát ban đầu đứng tại điểm O , cách trung điểm của hai nguồn âm một đoạn 8.00m. Người quan sát di chuyển vuông góc lên phía trên một đoạn bằng 0.350m và bắt gặp cực cường độ âm tiểu đầu tiên. Hỏi tần số của bộ phát điều hoà bằng bao nhiêu?



Giải:

Khái niệm. Khác với thí nghiệm trên hình 18.4, khi một âm được đưa trực tiếp vào ống rồi chia ra một cách cơ học trước khi hội lại,

bài toán này chúng ta bắt gặp một cơ chế hiện đại hơn, với một tín hiệu dòng điện chia ra một cách đơn giản theo đường dây đến mỗi loa. Dù cơ chế phân tách khác nhau, chúng ta đều có hai nguồn âm theo lộ trình khác nhau truyền đến người quan sát.

Phân loại. Sự tương đồng với thí nghiệm trên hình 18.4 cho phép ta ứng dụng mô hình giao thoa sóng trong bài toán này.

Phân tích. Cực tiểu giao thoa xảy ra khi hiệu các lộ trình $\Delta r = |r_2 - r_1|$ bằng nguyên lẻ lần nửa bước sóng, trong đó cực tiểu đầu tiên tương ứng với:

$$\Delta r = |r_2 - r_1| = \frac{\lambda}{2}.$$

Các lộ trình có thể tính được nhờ phân tích hình học và áp dụng định lý Pythagore:

$$r_1 = \sqrt{(8.00\text{m})^2 + (1.15\text{m})^2} = 8.08\text{m},$$

$$r_2 = \sqrt{(8.00\text{m})^2 + (1.85\text{m})^2} = 8.21\text{m}.$$

Từ đây hiệu các lộ trình $|r_2 - r_1| = 0.13\text{m}$. Hiệu này phải bằng nửa bước sóng $\lambda/2$, suy ra $\lambda = 0.26\text{m}$. Để thu được giá trị tần số, dùng mối liên hệ $v = \lambda f$, với $v = 343\text{m/s}$ là vận tốc truyền âm:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{343\text{m/s}}{0.26\text{m}} = 1.3\text{kHz}.$$

18.2 Sóng dừng

Ta khảo sát hiện tượng giao thoa xảy ra khi hai *sóng chạy* hình sin có cùng tần số, cùng bước sóng, cùng biên độ nhưng lan truyền theo hai hướng ngược chiều nhau:

$$y_1 = A \sin(kx - \omega t),$$

$$y_2 = A \sin(kx + \omega t),$$

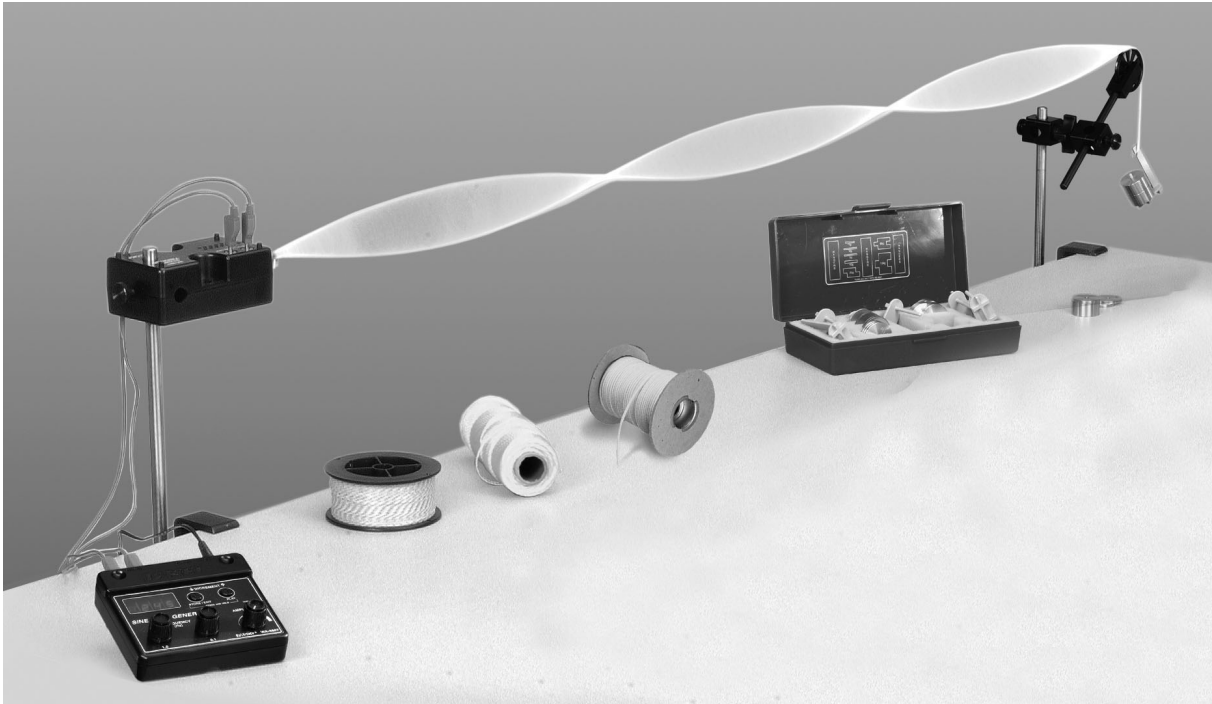
trong đó y_1 biểu diễn sóng lan truyền theo chiều dương của x , còn y_2 biểu diễn sóng theo chiều ngược lại. Hai sóng này chồng chập lên nhau tạo nên sóng tổng hợp:

$$y = y_1 + y_2 = A [\sin(kx - \omega t) + \sin(kx + \omega t)].$$

Sử dụng đẳng thức lượng giác $\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b$, ta có thể viết gọn thành:

$$y = [2A \sin kx] \cdot \cos \omega t. \quad (18.1)$$

Phương trình (18.1) thể hiện một **sóng dừng**. Nó không chứa biểu thức $(kx - \omega t)$ nên không đặc trưng cho một sóng chạy. Hình 18.5 đưa ra thí nghiệm về sự hình thành sóng dừng trên một sợi dây. Khi quan sát thí nghiệm này, ta sẽ không thấy có sự di chuyển nào theo phương lan truyền của mỗi sóng thành phần. Ở đây mỗi



Hình 18.5: Sóng dừng trên sợi dây

phần tử của môi trường đều dao động điều hoà với cùng tần số, thể hiện trên biểu thức $\cos \omega t$ của (18.1). Trong khi đó biểu thức $[2A \sin kx]$ lại trở thành biên độ dao động của các phần tử môi trường tại mỗi tọa độ x .

Phương trình (18.1) cho thấy, tại những tọa độ x thoả mãn điều kiện $\sin kx = 0$, tương đương với

$$kx = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$$

biên độ dao động sẽ đạt cực tiểu. Xét đến mối liên hệ $k = 2\pi/\lambda$, khi đó:

$$x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, \dots = \frac{n\lambda}{2}. \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (18.2)$$

Các điểm dao động với biên độ cực tiểu này gọi là **nút sóng**.

Các phần tử dao động với biên độ cực đại bằng $2A$ nếu thoả điều kiện $\sin kx = \pm 1$, có nghĩa:

$$kx = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots$$

tương ứng với các vị trí:

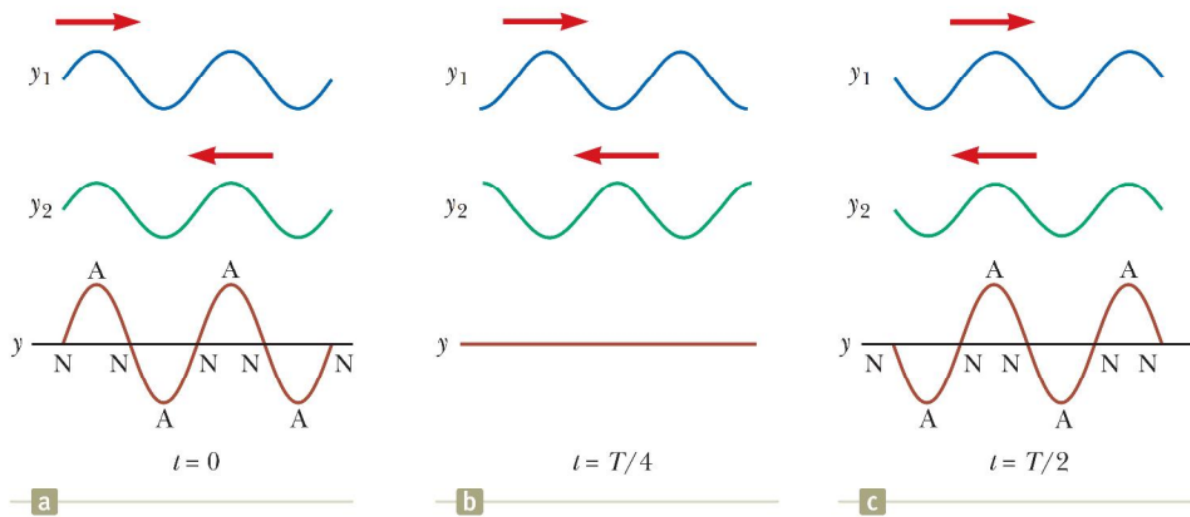
$$x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \dots = \frac{n\lambda}{4}. \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (18.3)$$

gọi là các **bụng sóng**.

Sóng dừng trên hình 18.5 có bốn nút sóng và ba bụng sóng. Đường biên tạo ra ở hai bụng sóng liên tiếp thể hiện đúng một bước sóng của mỗi sóng chạy thành phần. Từ đây ta có thể đúc kết một vài đặc trưng quan trọng của sóng dừng:

- Khoảng cách giữa hai bụng liên tiếp bằng đúng nửa bước sóng $\lambda/2$.
- Khoảng cách giữa hai nút liên tiếp bằng đúng nửa bước sóng $\lambda/2$.
- Khoảng cách giữa nút và bụng lân cận nhau bằng một phần tư bước sóng $\lambda/4$.

Hình dạng của hai sóng lan truyền ngược chiều nhau tại những thời điểm khác nhau được vẽ trên hình 18.6. Tại thời điểm $t = 0$ (hình 18.6a), hai sóng chạy có cùng pha, khiến cho sự kết hợp trở nên cực đại. Sau $1/4$ chu kỳ, khi $t = T/4$ (hình 18.6b), các sóng chạy đã di chuyển thêm một đoạn bằng $1/4$ bước sóng, một hướng về bên trái, một hướng về bên phải. Lúc này mỗi phần tử của môi trường đều đang đi ngang vị trí cân bằng trong dao động điều hoà riêng của nó. Kết quả là sóng tổng hợp làm thành một đường thẳng nằm ngang. Tại thời điểm khi $t = T/2$ (hình 18.6c), các sóng chạy lại trở nên cùng pha, hình ảnh cực đại lại tái diễn như khi $t = 0$, nhưng biến dạng theo chiều ngược lại. Trong sóng dừng, mỗi phần tử của môi trường dao động liên tục giữa hai rìa thái cực hình 18.6a và 18.6c.



Hình 18.6: Hình ảnh sóng dừng tại những thời điểm khác nhau

Câu hỏi 18.2: Xem rằng sóng trên hình 18.6 là sóng trên một sợi dây không giãn. Vận tốc của mỗi phần tử cấu thành sợi dây mang giá trị dương nếu nó đang chuyển động lên trên và ngược lại.

(i) Tại thời điểm sợi dây có hình dạng như đường cong màu nâu đỏ trên hình 18.6a, vận tốc tức thời của các phần tử cấu thành sợi dây:

(a) Đều bằng không.

(b) Đều mang giá trị dương.

(c) Đều mang giá trị âm.

(d) Dương hay âm tùy vào mỗi phần tử riêng rẽ.

(ii) Câu hỏi tương tự khi sợi dây có hình dạng như hình 18.6b.

Bài tập mẫu 18.2: Sự hình thành sóng dừng

Hai sóng chạy lan truyền ngược chiều nhau tạo nên sóng dừng. Mỗi sóng thành phần có dạng hàm:

$$y_1 = 4.0 \sin(3.0x - 2.0t),$$

$$y_2 = 4.0 \sin(3.0x + 2.0t),$$

trong đó x và y đo ở đơn vị centimet, còn t có đơn vị giây.

(A) Tìm biên độ dao động của một phần tử môi trường tại $x = 2.3$ cm.

Giải:

Khái niệm. Hai sóng được cho có dạng hàm tương tự nhau, ngoại trừ hướng lan truyền của chúng, ta đã có phân tích chi tiết từ đầu mục này. Ta có thể sử dụng lại hình 18.6 để minh họa sự vận động của sóng.

Phân tích. Ta dễ dàng thế giá trị từ mỗi hàm sóng đã cho vào hàm sóng tổng hợp (18.1), với $A = 4.0$ cm, $k = 3.0$ rad/cm và $\omega = 2.0$ rad/s:

$$y = [2A \sin kx] \cdot \cos \omega t = [8.0 \sin 3.0x] \cdot \cos 2.0t.$$

Phần trong dấu ngoặc vuông chính là biên độ dao động của phần tử môi trường tại tọa độ x . Tại $x = 2.3$ cm:

$$\begin{aligned} y_{\max} &= (8.0 \text{ cm}) \sin 3.0x|_{x=2.3} \\ &= (8.0 \text{ cm}) \sin(6.9 \text{ rad}) = 4.6 \text{ cm}. \end{aligned}$$

(B) Tìm vị trí của nút và bụng sóng, biết rằng một đầu dây được lấy làm gốc tọa độ $x = 0$.

Giải:

Ta tính được bước sóng:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{3.0} \text{ cm}.$$

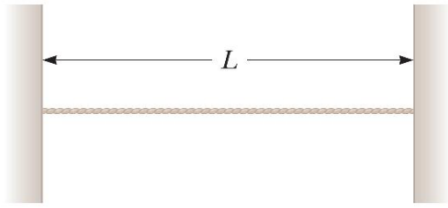
Dùng công thức (18.2) để tìm vị trí các nút sóng:

$$x = n \frac{\lambda}{2} = n \left(\frac{\pi}{3.0} \right) \text{ cm} \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Dùng công thức (18.3) để tìm vị trí các bụng sóng:

$$x = n \frac{\lambda}{4} = n \left(\frac{\pi}{6.0} \right) \text{ cm} \quad n = 1, 3, 5, 7, \dots$$

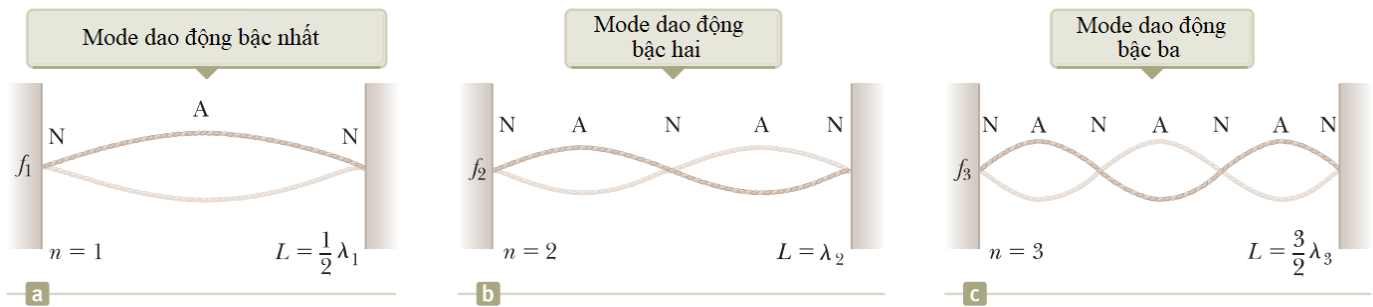
18.3 Sóng ràng buộc bởi điều kiện biên



Hình 18.7: Dây cố định hai đầu

Ta khảo sát chuyển động của một sợi dây chiều dài L mắc như hình 18.7. Có thể hình dung nó như sợi dây trên cây đàn guitar. Sóng có thể lan truyền theo cả hai hướng dọc theo dây. Từ đây sóng dừng có thể hình thành qua sự chồng chập không ngừng giữa sóng tới và sóng phản xạ. Đặc biệt ở đây có sự tồn tại của điều kiện biên: hai đầu dây luôn phải cố định, chúng phải có độ dời bằng 0 và làm thành những nút sóng. Những nút cố định này nằm cách nhau

đúng bằng chiều dài dây, khiến cho bước sóng tạo ra cũng mang giá trị xác định, tuân theo điều kiện hình thành nút sóng (18.2), dẫn đến tần số cũng có tần số nhất định nào đó. Điều kiện biên tạo nên một dãy rời rạc các kiểu dao động của dây, hay ta còn gọi là các **mode dao động riêng**, mỗi mode tương ứng với một tần số nhất định có thể dễ dàng tính trước.



Hình 18.8: Những mode dao động riêng hình thành trên dây cố định hai đầu

Các mode dao động riêng của sợi dây trên hình 18.7 có thể được tìm thấy từ hai nút sóng cố định ở hai đầu do điều kiện biên. Thêm nữa, cứ hai nút sóng liên tiếp nhau phải nằm cách nhau nửa bước sóng, ngăn cách giữa hai nút sóng liên tiếp phải là một bụng sóng. Mode dao động riêng đầu tiên thỏa những điều trên chỉ ra trên hình 18.8a, ta gọi là mode dao động riêng bậc nhất, hay mode cơ bản, đơn giản với hai nút sóng hai đầu và chỉ một bụng sóng ở giữa. Đây là mode có bước sóng dài nhất có thể: $\lambda_1 = 2L$. Trong mode dao động riêng bậc hai (hình 18.8b), sợi dây dao động với hai bụng sóng. Khi nửa bên trái chuyển động lên trên, nửa bên phải sẽ đi xuống dưới và ngược lại. Bước sóng lúc này bằng đúng chiều dài của dây: $\lambda_2 = L$. Mode dao động riêng bậc ba (hình 18.8c) tương ứng với bước sóng $\lambda_3 = 2L/3$, và dây dao động với ba bụng sóng. Một cách tổng quát, bước sóng của các mode dao động riêng khác nhau được cho bởi công thức:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (18.4)$$

trong đó n là số bậc của mode dao động riêng. Đó cũng là những mode có thể xảy ra trên thực tế.

Những giá trị tần số gắn liền với các mode dao động có thể tính được nếu biết vận tốc truyền sóng:

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = n \frac{v}{2L} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (18.5)$$

Dễ thấy rằng khi sợi dây dao động, các tần số bị lượng tử hoá, tức có giá trị rời rạc.

Vận tốc truyền sóng trên sợi dây phụ thuộc vào lực căng dây T và khối lượng trên một đơn vị chiều dài μ của dây: $v = \sqrt{T/\mu}$ (xem (16.18)). Từ đây ta có thể viết lại (18.5) dưới dạng:

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (18.6)$$

Tần số thấp nhất tương ứng với $n = 1$, được gọi là **tần số cơ bản**:

$$f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}. \quad (18.7)$$

Tần số của những mode dao động riêng còn lại đều là bội số của tần số cơ bản. Các mode dao động riêng tạo nên chuỗi các tần số có mối quan hệ bội số nguyên như thế được gọi là các **hoạ âm**. Tần số cơ bản f_1 tương ứng với hoạ âm cơ bản, tần số $f_2 = 2f_1$ tương ứng với hoạ âm bậc hai, tần số $f_n = nf_1$ tương ứng với hoạ âm bậc n . Ở một vài hệ dao động khác, ví dụ mặt trống, cũng hình thành nên các mode dao động riêng, nhưng dãy tần số cho ra không phải là bội số nguyên của tần số cơ bản (xem phần 18.6). Vậy nên chúng ta không sử dụng thuật ngữ "hoạ âm" cho những hệ dao động như thế.

Ta cùng xem các hoạ âm được tạo ra trên dây đàn như thế nào. Để kích thích **chỉ một** hoạ âm đơn lẻ, dây đàn cần được tạo ra một biến dạng ban đầu tương ứng với một trong số các mode dao động riêng nói trên, với dạng hàm hình sin. Sau khi nhả ra, dây sẽ dao động theo đúng mode đó và phát ra âm thanh chỉ có một tần số. Tuy nhiên đó chỉ là giả tưởng. Trên thực tế không một nhạc cụ nào tạo âm theo kiểu đó. Thực tế dây đàn được tạo biến dạng một cách "tự nhiên", không phải hình sin, dao động sau đó sẽ mang âm hưởng của sự kết hợp đồng thời nhiều hoạ âm. Những biến dạng như thế diễn ra trên nhạc cụ theo nhiều hình thức: gảy đàn (như trên guitar), kéo đàn (như trên violon), hay gõ đàn (như trên dương cầm, khi ta bấm phím đàn truyền động đến búa, búa gõ vào dây đàn). Khi dây đàn được tạo biến dạng ban đầu theo hình không dạng sin như thế, chỉ có những sóng dừng thoả mãn điều kiện biên mới có thể tồn tại sau đó. Những sóng ấy chính là những hoạ âm.

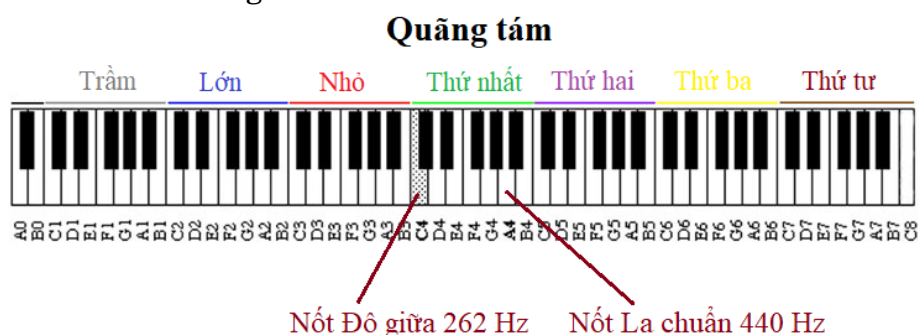
Tần số hình thành nên nốt nhạc thực ra chỉ là tần số cơ bản của dao động trên dây đàn, trong đó có sự hiện diện của rất nhiều hoạ âm khác. Cao độ của nốt nhạc có thể thay đổi được bằng cách thay đổi độ dài hoặc chỉnh độ căng dây. Khi dây được căng lên, tần số phát ra cũng tăng theo, tương ứng với phương trình (18.6). Một khi đàn đã được lên dây đúng tone, người nghệ sĩ đã có thể trình diễn nhạc phẩm bằng cách di chuyển ngón bấm. Chính khi ấy, nghệ sĩ đang thay đổi độ dài của dây đàn. Khi phím bấm gần ngựa đàn, dây bị ngắn lại, tần số cơ bản tăng lên theo phương trình (18.6), làm nốt nhạc cao lên, và ngược lại.

Câu hỏi 18.3: Khi một sóng dừng được thiết lập trên một sợi dây cố định hai đầu, khẳng định nào sau đây là đúng?

- (a) Số nút sóng bằng số bụng sóng.
- (b) Bước sóng bằng chiều dài dây chia cho một số nguyên.
- (c) Tần số bằng số lượng nút sóng nhân cho tần số cơ bản.
- (d) Hình dạng của sợi dây tại thời điểm bất kỳ có dạng đối xứng qua trung điểm của dây.

Bài tập mẫu 18.3: Nốt C

Nốt C (Đô) trên quãng tám thứ nhất đàn piano, hay nốt C giữa, có tần số cơ bản bằng 262Hz, còn nốt A (La) cùng trên quãng tám đó có tần số cơ bản bằng 440Hz.



(A) Tính tần số của hai họa âm tiếp theo của nốt C nói trên.

Giải:

Nhớ lại rằng tần số của các họa âm vang lên bởi dao động sợi dây là bội nguyên của tần số cơ bản:

$$f_2 = 2f_1 = 2 \cdot 262 \text{ Hz} = 524 \text{ Hz.}$$

$$f_3 = 3f_1 = 3 \cdot 262 \text{ Hz} = 786 \text{ Hz.}$$

(B) Biết dây A và dây C có cùng khối lượng riêng μ và chiều dài L . Tính tỉ số lực căng của hai dây đàn.

Giải:

Dùng công thức (18.7) về sự tương quan giữa tần số với chiều dài dây, sức căng dây và khối lượng riêng, ta có:

$$f_{1A} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T_A}{\mu}}, \quad f_{1C} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T_C}{\mu}}.$$

Chia vế theo vế thu được tỉ số:

$$\frac{f_{1A}}{f_{1C}} = \sqrt{\frac{T_A}{T_C}} \Rightarrow \frac{T_A}{T_C} = \left(\frac{f_{1A}}{f_{1C}}\right)^2 = \left(\frac{440}{262}\right)^2 = 2.82.$$

Nhận định. Kết quả trên cho thấy rằng, nếu điều chỉnh cao độ chuỗi nốt nhạc trên piano chỉ bằng cách thay đổi độ căng của dây đàn, độ chênh lệch sức căng giữa dây trầm nhất và dây cao nhất là vô cùng lớn! Sức căng lớn của những dây tương ứng những nốt nhạc cao nhất sẽ gây khó khăn cho việc chế tạo bộ khung đàn để chằng dây. Trên thực tế, người ta cố tình chế tạo dây đàn piano từ dây trầm đến dây cao bằng cách thay đổi độ dài (dây trầm dài, dây cao ngắn), khối lượng riêng (dây trầm nặng, dây cao nhẹ), sau cùng mới dùng đến điều chỉnh sức căng để cân chỉnh chính xác.

(C) Kết quả câu (B) thay đổi như thế nào nếu hai dây có cùng khối lượng riêng, nhưng chiều dài dây A chỉ bằng 64% so với dây C?

Giải:

Vẫn dùng công thức (18.7), ta tính lại tỉ số lực căng:

$$\frac{f_{1A}}{f_{1C}} = \frac{L_C}{L_A} \sqrt{\frac{T_A}{T_C}} \Rightarrow \frac{T_A}{T_C} = \left(\frac{L_A}{L_C}\right)^2 \left(\frac{f_{1A}}{f_{1C}}\right)^2.$$

$$\frac{T_A}{T_C} = (0.64)^2 \cdot \left(\frac{440}{262}\right)^2 = 1.16.$$

18.4 Sự chồng hưởng

Chúng ta đã thấy một hệ như sợi dây có khả năng tạo dao động theo các mode dao động riêng như thế nào. Thử hình dung, ta đang lắc một đầu dây bằng một máy rung như hình 18.9. Có thể nhận ra rằng, *khi tác dụng một ngoại lực tuần hoàn, biên độ dao động của dây sẽ đạt cực đại khi tần số của lực trở nên trùng với tần số của một trong các mode dao động riêng của hệ.* Hiện tượng tương tự đã được nhắc đến ở Chương 15, liên quan đến dao động điều hoà. Trong khi con



Máy rung

Hình 18.9: Thí nghiệm hiện tượng chồng hưởng

lắc lò xo hay con lắc đơn chỉ có một tần số dao động riêng, hệ sóng dừng lại chứa cả chuỗi tần số dao động riêng, như trường hợp dao động của sợi dây với hai đầu cố định. Những tần số này vẫn thường được gọi là các **tần số chồng hưởng**.

Quay lại với thí nghiệm với sợi dây trên hình 18.9. Đầu cố định bên phải nhất định là một nút sóng, còn đầu bên trái nối với máy rung cũng thể hiện gần như là một nút sóng, bởi biên độ dao động của nó khá nhỏ so với các phần tử khác của sợi dây. Khi máy rung chạy, sóng truyền xuống sợi dây sẽ bị phản xạ lại ở đầu cố định. Như ta đã tìm hiểu tại phần 18.3, giá trị tần số dao động riêng của các mode được xác định bởi chiều dài dây sức căng dây và mật độ phân bố khối lượng theo chiều dài của nó (phương trình (18.6)). Khi tần số của máy rung bằng một trong số các tần số dao động riêng, sóng dừng ngay lập tức được thiết lập và dây sẽ dao động với biên độ lớn. Trong trường hợp cộng hưởng này, sóng tạo ra bởi máy rung cùng pha với sóng phản xạ và sợi dây rút năng lượng từ máy rung. Nếu đầu dây được rung bởi tần số khác với tần số dao động riêng của nó, dao động sẽ diễn ra với biên độ khá nhỏ và trở nên hỗn loạn.

Cộng hưởng là hiện tượng rất quan trọng trong sự kích hoạt âm của các nhạc cụ bộ gõ. Chúng ta sẽ quay trở lại vấn đề này ở phần 18.5.

18.5 Sóng dừng trong cột khí

Những sóng bị ràng buộc bởi điều kiện biên có thể được áp dụng cho việc tạo âm thanh trong các cột khí, điển hình như đại phong cầm hay sáo. Sóng dừng trong các trường hợp này là kết quả của quá trình giao thoa của sóng âm lan truyền theo hai hướng ngược chiều nhau.

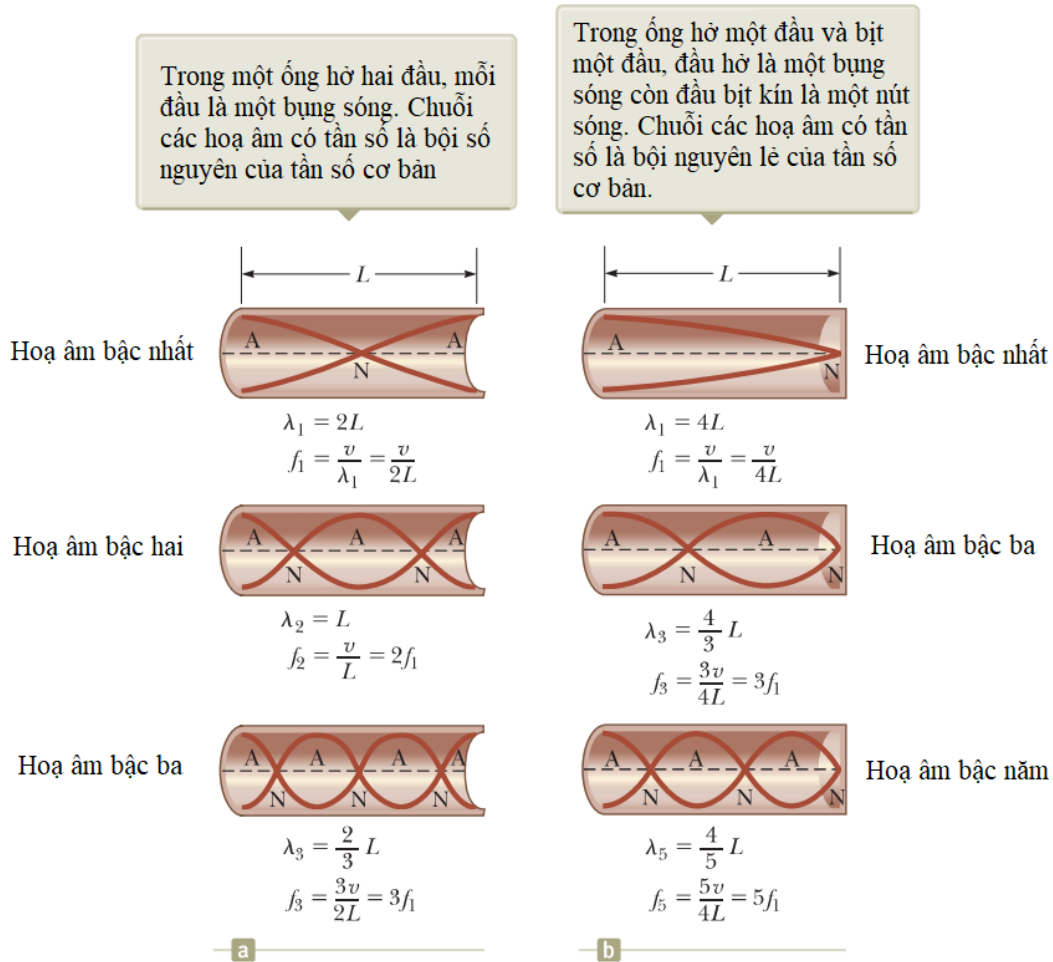
Trong ống bịt một đầu, đầu bịt kín đóng vai trò là một nút của *sóng chuyển dời*, nơi chuyển động dọc theo ống bị cản trở. Do *sóng áp suất* lệch pha $1/4$ chu kỳ so với *sóng chuyển dời* (xem phần 17.1), đầu bịt kín của ống tương ứng với một bụng của *sóng áp suất*, nơi có độ biến thiên áp suất cực đại.

Đầu hở của cột khí tương ứng với một bụng của *sóng chuyển dời* và cũng là một nút của *sóng áp suất*. Ta có thể hiểu tại sao không có sự biến thiên áp suất tại miệng ống nếu lưu ý được rằng: đây là vị trí tiếp giáp với khí quyển, nơi có áp suất ổn định và có trị số chính bằng áp suất khí quyển.

Có thể bạn sẽ thắc mắc làm thế nào mà sóng âm lại có thể phản xạ được trên một đầu hở như miệng ống, bởi không có sự thay đổi đặc biệt nào của môi trường truyền sóng: cả hai phía của miệng ống đều là không khí! Sóng âm được hiểu như sự lan truyền của biến thiên áp suất, tuy nhiên những vùng có thể giãn-nén chỉ bị giới hạn giữa hai đầu ống. Khi vùng giãn-nén kết thúc ở đầu hở của ống, sự ràng buộc của thành ống tạo nên sự co giãn của khí bị loại bỏ: khí trở nên tự do trong bầu khí quyển. Vì thế, có sự *thay đổi về đặc tính* của môi trường truyền sóng khi đi từ trong ống ra ngoài ống, mặc dù *không có sự thay đổi nào về vật liệu* cấu thành môi trường. Sự thay đổi về đặc tính này đủ để cho phép phản xạ sóng xảy ra.

Xét đến điều kiện biên của nút và bụng ở mỗi đầu cột khí, ta có được các mode dao động riêng như trường hợp sợi dây cố định hai đầu, trong đó tần số dao động cũng bị lượng tử hoá.

Ba mode dao động riêng đầu tiên của một ống hở cả hai đầu được mô tả trên hình 18.10a. Để ý rằng cả hai đầu ống đều là bụng sóng chuyển dời. Ở mode dao động đầu tiên, sóng dừng trải ra giữa hai bụng sóng liên tiếp cách nhau nửa bước sóng. Suy ra bước sóng bằng hai lần chiều dài ống và tần số cơ bản $f_1 = v/2L$. Như hình 18.10a chỉ rõ, tần số của các mode dao động bậc cao hơn bằng $2f_1, 3f_1, \dots$



Hình 18.10: Những mode dao động riêng hình thành trong cột khí

Trong ống hở hai đầu, các tần số dao động riêng hình thành chuỗi các họa âm, có tần số là bội nguyên của họa âm cơ bản.

Ta có thể viết biểu thức tính tần số một cách tổng quát:

$$f_n = n \frac{v}{2L} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (18.8)$$

Mặc dù có sự tương đồng giữa (18.5) và (18.8), cần nhớ rằng v trong phương trình (18.5) là vận tốc truyền sóng trên sợi dây, trong khi đó v trong (18.8) là vận tốc truyền âm trong không khí.

Nếu ống bịt một đầu còn để hở một đầu, đầu bịt kín sẽ là một nút của sóng chuyển dời (hình 18.10b). Trường hợp này, sóng dừng tương ứng với mode dao động cơ bản kéo dài đúng $1/4$ bước sóng, từ một bụng đến một nút. Do đó mode dao động riêng bậc nhất có bước sóng bằng $4L$ và tần số cơ bản $f_1 = v/4L$. Hình 18.10b cho thấy, những tần số bậc cao luôn đảm bảo điều kiện biên rằng, bụng sóng nằm ở đầu hở và nút sóng phải nằm bên đầu kín. Những họa âm bậc cao có tần số lần lượt bằng $3f_1, 5f_1, \dots$

Trong ống bịt kín một đầu, các mode dao động riêng tạo thành một chuỗi các họa âm với tần số là bội nguyên lẻ của tần số cơ bản.

Ta biểu diễn kết quả này dưới dạng công thức toán học:

$$f_n = n \frac{v}{4L} \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (18.9)$$

Sẽ thật thú vị khi tìm hiểu xem điều gì xảy ra với tần số của nhạc cụ dây và nhạc cụ dựa trên nguyên lý cột khí trong một buổi hoà nhạc khi nhiệt độ tăng lên. Âm thanh từ sáo sẽ trở nên bay bổng hơn do vận tốc truyền âm của khí trong ống sáo tăng lên (xem phương trình (18.8)). Âm thanh chơi bởi violon lại trầm xuống (suy giảm tần số) khi dây đàn giãn nở vì nhiệt, kéo theo lực căng giảm (xem phương trình (18.6)).

Các nhạc cụ hoạt động theo nguyên lý cột khí đều tạo âm thông qua hiện tượng cộng hưởng. Cột khí ban đầu chứa sóng âm ở vô vàn tần số khác nhau, ta gọi là âm kích thích. Tuy nhiên cột khí chỉ có phản ứng rõ rệt với một vài dao động biên độ lớn, có tần số khớp với một trong số các hoạ âm định trước. Trong nhiều nhạc cụ bộ gõ, âm kích thích được đưa vào ống qua lưới gà. Ở nhạc cụ bộ đồng, sự kích thích hực hiển bởi luồng thổi hơi từ người chơi. Với sáo, âm kích thích đến từ luồng hơi thổi ngang qua một miệng lỗ gần đầu ống, giống như khi ta thổi hơi lên miệng chai huýt gió. Sóng âm của luồng hơi thổi qua miệng chai cũng mang rất nhiều tần số khác nhau, nhưng một trong số đó kích thích khí trong chai tham gia cộng hưởng.

Câu hỏi 18.4: Một ống hở hai đầu có khả năng cộng hưởng với tần số cơ bản f_{open} . Khi bịt một đầu, ống lại cộng hưởng với một tần số cơ bản khác f_{closed} . Hai tần số này liên hệ với nhau như thế nào?

- (a) $f_{closed} = f_{open}$
- (b) $f_{closed} = \frac{1}{2}f_{open}$
- (c) $f_{closed} = 2f_{open}$
- (d) $f_{closed} = \frac{3}{2}f_{open}$

Câu hỏi 18.5: Công viên Balboa ở San Diego có một cây đại phong cầm, cấu tạo từ nhiều ống khí. Khi nhiệt độ không khí tăng lên, tần số cơ bản của mỗi ống khí:

- (a) Giữ nguyên
- (b) Hạ xuống
- (c) Tăng lên
- (d) Không thể xác định

Bài tập mẫu 18.4: Gió thổi qua ống nước

Một ống hình trụ dài 1.23m tạo nên tiếng hú khi gió ngang qua đầu ống.

(A) Xét trường hợp ống hở cả hai đầu, tính tần số của ba hoạ âm đầu tiên. Lấy tốc độ truyền âm trong không khí $v = 343\text{m/s}$.

Giải:

Khái niệm. Sóng âm tạo ra bởi gió va trên miệng ống chứa rất nhiều tần số khác nhau, và bản thân ống có phản ứng cộng hưởng với những tần số trùng với tần số dao động riêng của nó.

Phân tích. Từ công thức (18.8) ta tính được tần số của hoạ âm cơ bản:

$$f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{343 \text{ m/s}}{2(1.23 \text{ m})} = 139 \text{ Hz.}$$

Tần số của hai hoạ âm tiếp theo:

$$\begin{aligned} f_2 &= 2f_1 = 279 \text{ Hz,} \\ f_3 &= 3f_1 = 418 \text{ Hz.} \end{aligned}$$

(B) Nếu ống bịt kín một đầu, ba tần số thấp nhất do ống tạo ra bằng bao nhiêu?

Giải:

Thay vì dùng công thức (18.8) cho trường hợp ống hở hai đầu, với trường hợp ống bịt một đầu này ta dùng công thức (18.9):

$$f_1 = \frac{v}{4L} = \frac{343 \text{ m/s}}{4(1.23 \text{ m})} = 69.7 \text{ Hz.}$$

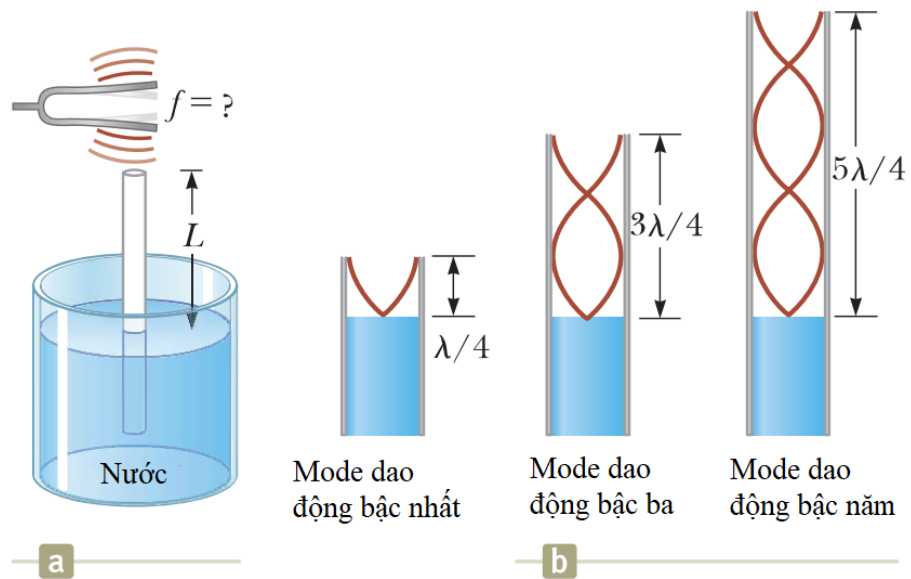
Tần số của hai hoạ âm tiếp theo:

$$\begin{aligned} f_3 &= 3f_1 = 209 \text{ Hz,} \\ f_5 &= 5f_1 = 349 \text{ Hz.} \end{aligned}$$

Bài tập mẫu 18.5: Đo tần số của âm thoa

Hình dưới mô tả một dụng cụ đơn giản giúp minh hoạ hiện tượng sóng dừng trong cột khí. Một ống hình trụ hở hai đầu được chìm xuống bể nước, và một âm thoa đang rung đặt gần miệng ống. Chiều dài L của cột khí trong ống có thể điều chỉnh bằng cách nâng lên hạ xuống. Sóng âm tạo bởi âm thoa có thể được cộng hưởng khi L tương ứng với một trong các mode dao động riêng. Trong một thử nghiệm khi nâng ống làm chiều dài cột khí tăng dần từ 0, ta thấy cường độ âm đạt cực đại đầu tiên khi $L = 9.00 \text{ cm}$.

(A) Tìm tần số dao động của âm thoa.

**Giải:**

Khái niệm. Sóng âm từ âm thoa đi vào ống từ miệng phía trên. Mặc dù ống hở hai đầu nhưng nước bên dưới đóng vai trò như tường cản. Sóng sẽ phản xạ trên mặt phân cách với nước, giao thoa với sóng từ trên xuống và tạo nên sóng dừng.

Phân loại. Vì sự ngăn cản của nước nên ta có thể xem bài toán quy về trường hợp sóng dừng trong ống bịt một đầu.

Phân tích. Dùng công thức (18.9) để tính tần số của mode dao động riêng bậc nhất, tương ứng với $L = 9.00$ cm:

$$f_1 = \frac{v}{4L} = \frac{343 \text{ m/s}}{4(0.090 \text{ m})} = 953 \text{ Hz.}$$

Do mode dao động riêng này cộng hưởng với sóng âm từ âm thoa tạo nên cực đại đầu tiên, nên đây cũng chính là tần số của âm thoa.

(B) Hai cực đại tiếp theo xảy ra khi chiều dài L bằng bao nhiêu?

Giải:

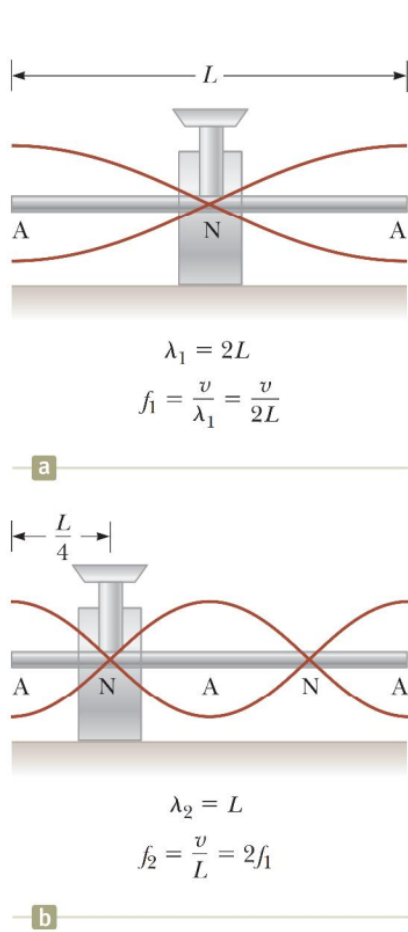
Dùng công thức (16.2) tìm bước sóng:

$$\lambda = v/f = (343 \text{ m/s})/(953 \text{ Hz}) = 0.360 \text{ m.}$$

Để thấy rằng chiều dài cột khí ở mode dao động bậc hai và bậc năm lần lượt bằng $3/4$ và $5/4$ bước sóng:

$$L_2 = 3\lambda/4 = 0.270 \text{ m,} \quad L_3 = 5\lambda/4 = 0.450 \text{ m.}$$

18.6 Sóng dừng trên thanh và màng



Hình 18.11: Sóng dừng trên thanh rắn

Sóng dừng có thể thiết lập trên thanh dài và màng rung. Kẹp cố định một thanh tại vị trí trung điểm của nó rồi gõ vào đầu thanh theo hướng song song với thanh. Dao động của thanh được mô tả trên hình 18.11. Những đường cong trên hình thể hiện biên độ dao động của từng phần tử. Trung điểm của thanh trở thành một nút sóng do bị vít cố định, trong khi đó hai đầu lại là những bụng sóng, nơi dao động diễn ra tự do hơn cả. Toàn cảnh dao động của thanh trong trường hợp này có nét tương đồng với dao động của cột khí trong ống hở hai đầu.

Đồ thị trên hình 18.11a miêu tả mode dao động riêng bậc nhất với bước sóng bằng $2L$ và tần số $f = v/2L$, trong đó v là tốc độ lan truyền **sóng dọc** trong thanh rắn. Những mode dao động riêng khác có thể thiết lập bằng cách kẹp thanh tại vị trí khác. Ví dụ, khi kẹp thanh tại vị trí cách đầu thanh đoạn $L/4$ rồi gõ vào đầu thanh, mode dao động riêng bậc hai sẽ được tạo ra như hình 18.11b.

Bên cạnh sóng dọc, **sóng ngang** cũng có thể được tạo ra trên thanh. Có những nhạc cụ hoạt động dựa trên sự hình thành sóng dừng từ sóng ngang như kèn tam giác, marimba, mộc cầm...

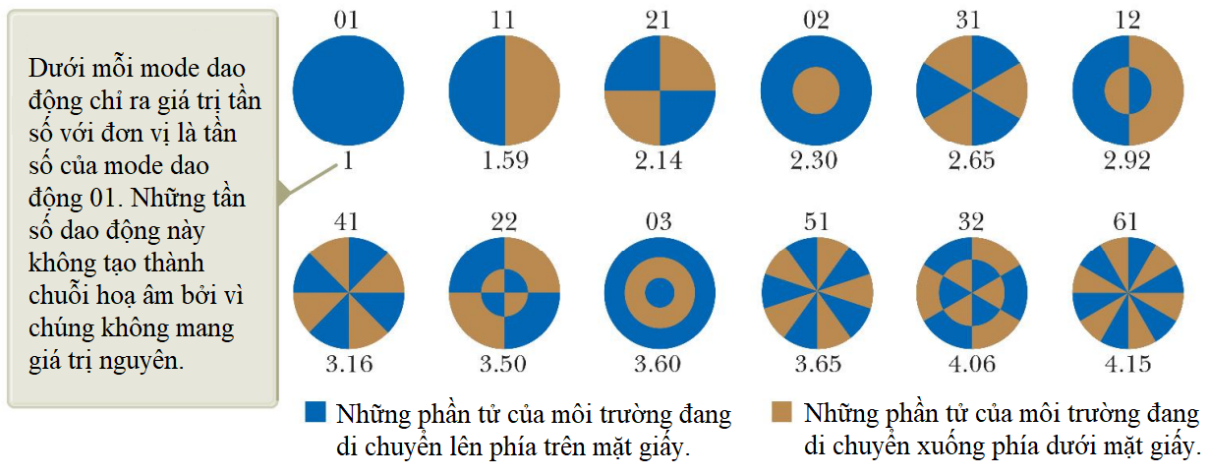
Dao động hai chiều có thể tạo ra trên một màng đàn hồi được kéo căng, bịt trên một vành tròn, kiểu như mặt trống. Khi gõ lên màng ở một điểm nào đó, sóng sẽ lan truyền và phản xạ nhiều lần trên các rìa cố định. Âm thanh hình thành không phải là một âm điều hoà, tại vì những sóng dừng trên màng có

tần số không liên hệ bội nguyên của nhau, không thể hoạ âm cho nhau. Do đó âm thanh từ màng rung nghe giống tiếng ồn hơn là âm nhạc.

Một vài mode dao động riêng khả dĩ cho màng tròn hai chiều được chỉ ra trên hình 18.12. Khác với nút sóng trên sợi dây hay trong cột khí, nút sóng trong dao động hai chiều là những đường cong, tập hợp các phần tử có biên độ cực tiểu. Mode dao động riêng với tần số thấp nhất chỉ chứa đúng một **đường nút**, chạy quanh chu vi của màng. Những mode dao động khác cho phép quan sát nhiều đường nút hơn ở dạng các đường tròn đồng tâm hoặc những đường bán kính.

18.7 Hiện tượng phách

Hiện tượng giao thoa chúng ta đã nghiên cứu từ trước đến giờ chỉ đề cập đến sự chồng chập của hai hay nhiều sóng có **cùng tần số**. Vì biên độ dao động của các phần tử môi trường thay đổi theo vị trí trong không gian nên ta gọi bằng thuật ngữ **giao thoa theo không gian**. Sóng dừng trên sợi dây và trong ống khí là những ví



Hình 18.12: Những mode dao động riêng hình thành trên màng rung

dụ điển hình cho giao thoa theo không gian.

Bây giờ ta cùng khảo sát một hình thức giao thoa khác, khi có sự chồng chập của hai sóng với tần số chỉ hơi khác nhau một chút. Trong trường hợp này, khi hai sóng được quan sát từ một điểm nào đó trong không gian, chúng tuần tự trở nên cùng pha rồi đến khác pha một cách xen kẽ. Có hiện tượng như thế bởi do sự thay đổi luân phiên giữa giao thoa cộng hợp và giao thoa triệt tiêu. Ta gọi đó là **giao thoa theo thời gian**. Khi gõ rung hai chiếc âm thoa với hai tần số khá gần nhau, ta sẽ nghe thấy một âm thanh có âm lượng biến đổi tuần hoàn. Ta gọi đó là **hiện tượng phách**.

Phách là sự biến thiên tuần hoàn của biên độ tại một điểm cố định trong không gian do sự chồng chập của hai sóng có tần số khá gần nhau.

Có thể chứng minh được rằng, số lần biên độ đạt cực đại diễn ra trong một giây, hay còn gọi tần số phách, bằng đúng hiệu các tần số của hai nguồn. Tần số phách cao nhất mà tai người có thể phát hiện ra nằm ở khoảng 20 phách/giây. Khi tần số phách vượt quá con số này, tiếng phách bị lẫn với âm thanh tạo ra chúng.

Ta khảo sát hai sóng âm cùng biên độ và có tần số f_1 và f_2 khá gần nhau, cùng lan truyền trong môi trường. Dùng các phương trình tương tự như (16.3) để mô tả hàm sóng cho hai sóng này ở tọa độ $x = 0$:

$$y_1 = A \sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega_1 t\right) = A \cos 2\pi f_1 t,$$

$$y_2 = A \sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega_2 t\right) = A \cos 2\pi f_2 t.$$

Áp dụng nguyên lý chồng chất, ta tìm thấy hàm sóng tổng hợp:

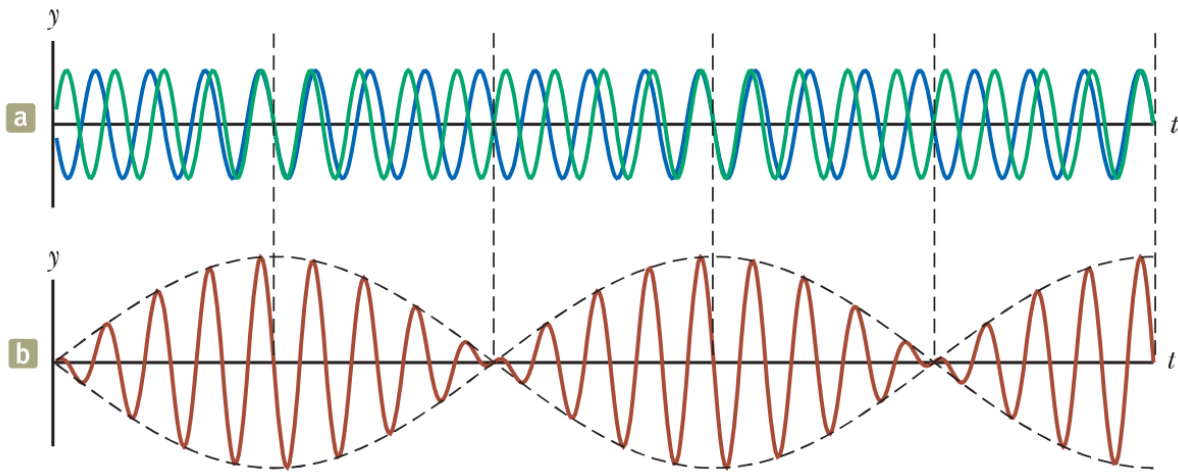
$$y = y_1 + y_2 = A(\cos 2\pi f_1 t + \cos 2\pi f_2 t).$$

Việc áp dụng đẳng thức lượng giác:

$$\cos a + \cos b = 2 \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \cos\left(\frac{a+b}{2}\right),$$

cho phép thu được:

$$y = \left[2A \cos 2\pi \left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right) t \right] \cdot \cos 2\pi \left(\frac{f_1 + f_2}{2}\right) t. \quad (18.10)$$



Hình 18.13: Sự thay đổi biên độ theo thời gian

Đồ thị của hai sóng thành phần và sóng tổng hợp được chỉ ra trên hình 18.13. Các biểu thức trong công thức (18.10) cho thấy rằng, sóng tổng hợp có một tần số hiệu dụng bằng trung bình cộng của hai tần số thành phần $(f_1 + f_2)/2$. Sóng này bị phức tạp hoá do nhân thêm thành phần sóng phách, với biểu thức chứa trong ngoặc vuông của (18.10):

$$y_{envelope} = 2A \cos 2\pi \left(\frac{f_1 - f_2}{2} \right) t. \quad (18.11)$$

Đường nét đứt trên hình 18.13b miêu tả sóng phách (18.11) qua một hàm sin có tần số $(f_1 - f_2)/2$. Sóng phách chính là nguyên nhân khiến cho âm lượng thay đổi theo thời gian với nhịp độ gấp 2 lần tần số trên. Vì vậy, tần số phách có biểu thức đơn giản:

$$f_{beat} = |f_1 - f_2|. \quad (18.12)$$

Có thể kết thúc chủ đề bằng thí nghiệm sau đây. Gõ rung hai âm thoa, một cho âm thanh 438Hz và một cho âm thanh 442Hz. Sóng âm tổng hợp sẽ có tần số trung bình bằng 440Hz, tương ứng nốt La trong âm nhạc, kèm theo một tần số phách 4Hz. Điều đó có nghĩa rằng, ta sẽ nghe thấy một âm 440Hz có cường độ tăng giảm 4 lần trong một giây.

Bài tập mẫu 18.6: Dây piano lạc tone

Khi chơi một nốt nhạc trên piano, búa gõ sẽ đồng thời đập lên hai hoặc ba dây giống nhau có cùng tần số để tạo ra nhạc âm, đặc biệt ở những nốt cao. Có hai dây thuộc phím A4 giống hệt nhau có cùng độ dài 0.750m vốn đã được lên chính xác ở tần số 440Hz. Nhưng vô tình một trong hai dây được căng thêm 1% so với sức căng ban đầu. Hãy tính tần số phách tạo ra.

Giải:

Khái niệm. Khi sức căng dây thay đổi, tần số dao động riêng của nó cũng thay đổi. Khi phím đàn nhấn xuống, búa gõ đồng thời sẽ

kích cả hai dao động với tần số chênh lệch tạo ra tiếng phách.

Phân loại. Một mặt ta cần sử dụng những tính chất về "Sóng ràng buộc bởi điều kiện biên", mặt khác áp dụng kiến thức về "hiện tượng phách" vừa thảo luận.

Phân tích. Ta thiết lập tỉ số giữa hai tần số nhờ công thức (18.5):

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{(v_2/2L)}{(v_1/2L)} = \frac{v_2}{v_1}.$$

Mặt khác từ công thức (16.18) ta cũng có:

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{\sqrt{T_2/\mu}}{\sqrt{T_1/\mu}} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}.$$

Do sức căng của một dây tăng thêm 1% so với ban đầu: $T_2 = 1.010T_1$ nên:

$$\frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{1.010T_1}{T_1}} = 1.005.$$

Suy ra tần số của dây đó trở thành:

$$f_2 = 1.005f_1 = 1.005(440\text{ Hz}) = 442\text{ Hz}.$$

Sự chênh lệch tần số giữa hai dây dẫn đến tiếng phách với tần số:

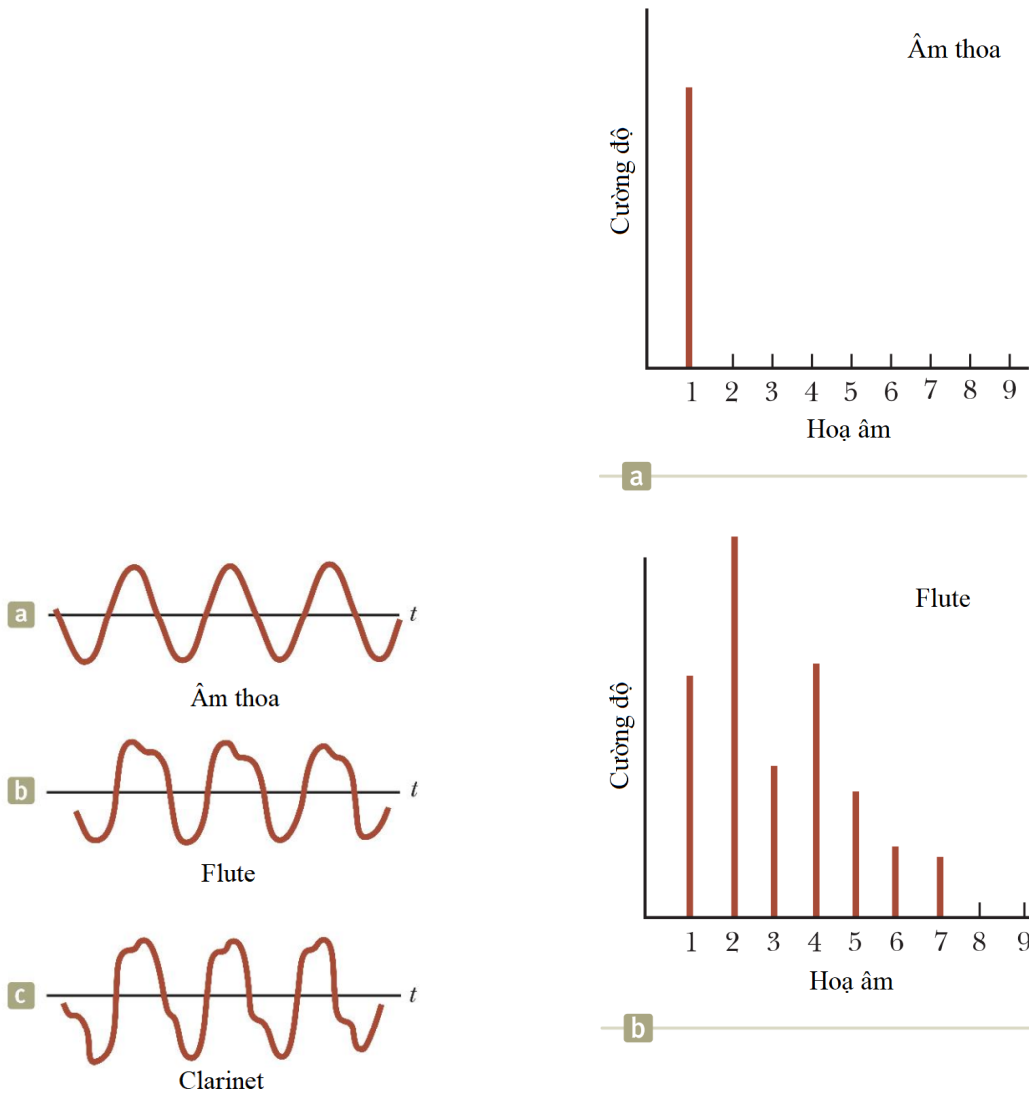
$$f_{\text{beat}} = 442\text{ Hz} - 440\text{ Hz} = 2\text{ Hz}.$$

Nhận định. Như vậy một dây đàn lạc tone 1% sinh ra tiếng phách với nhịp độ 2Hz, dễ dàng nghe thấy bằng tai. Thợ lên dây đàn piano căn chỉnh dây nhờ so sánh tần số của nó với tần số của một âm chuẩn. Dù sai khác chỉ một vài Hz, người thợ cũng có thể phát hiện ra nhờ hiện tượng phách. Tiếng phách còn rõ cũng có nghĩa khác biệt đáng kể vẫn còn. Dây đàn được chỉnh sức căng đến khi nào tiếng phách trở nên mờ nhạt không đáng kể.

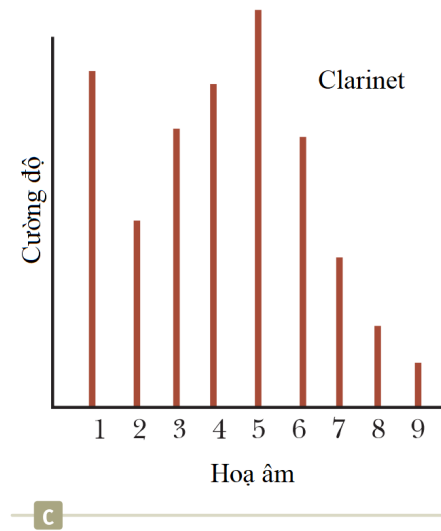
18.8 Những loại sóng không điều hoà

Thật khá dễ dàng để phân biệt âm thanh phát ra từ một cây violon hay từ saxophone, thậm chí ngay cả khi chúng cùng chơi một nốt. Nhưng việc phân biệt cùng một nốt nhạc thổi ra từ clarinet và từ kèn ô-boa không hoàn toàn đơn giản, nhất là với người không tinh hiểu nhạc lý. Ta có thể quan sát phổ đồ thị sóng âm từ những nguồn âm khác nhau để giải thích hiện tượng này.

Khi những dao động có tần số là bội nguyên của tần số cơ bản kết hợp với nhau, chúng tạo nên **nhạc âm**. Tai người có thể nhận ra được bội âm (hoạ âm) của một tần số cơ bản cho trước. Đó là cơ sở sinh lý cho phép con người có khả năng xướng âm một nốt có tần số là bội hoặc ước của một nốt đã nghe. Ngược lại, sự chồng chập



Hình 18.14: So sánh phổ dao động âm



Hình 18.15: So sánh phổ hoạ âm

của những dao động có tần số không có quan hệ bội ước với nhau sẽ tạo ra **tiếng ồn**. Việc xướng lại một âm thanh như thế là rất khó.

Phổ dao động âm ghi lại từ một nhạc cụ là kết quả của sự chồng chập của nhiều tần số là bội âm của tần số cơ bản. Sự chồng chập này tạo ra vô số sắc thái phong phú. Cảm nhận của con người trước những cách pha trộn khác nhau từ các hoạ âm được gọi là **âm sắc**. Âm sắc của trumpet nghe lạnh lạnh, rất dễ phân biệt với âm sắc "xào xạc" của saxophone. Ngược lại, clarinet và kèn o-boas có cấu tạo tương tự nhau, đều chứa cột khí dao động cộng hưởng nhờ lưỡi gà, lại phát ra những âm sắc tương đồng khó phân biệt.

Phổ dao động âm của hầu hết các loại nhạc cụ đều không có dạng hình sin. Phổ đặc trưng của âm thoa, flute, clarinet khi chơi cùng một nốt nhạc được ghi lại trên hình 18.14. Mỗi nhạc cụ có một dạng phổ riêng. Tuy nhiên, dù cho hình dáng khác nhau, chúng đều thể hiện tính tuần hoàn. Đặc điểm này đóng vai trò quan trọng trong việc phân tích và tổng hợp dao động và sóng.

Vấn đề phân tích sóng không điều hoà ban đầu trông có vẻ quá sức phức tạp. Nhưng nếu phổ dao động có dạng tuần hoàn, nó có thể biểu diễn qua sự tổng hợp của rất nhiều sóng hình sin, hay sóng điều hoà thuộc chuỗi hoạ âm. Thực vậy, chúng ta luôn có thể biểu diễn một hàm tuần hoàn bất kì dưới dạng tổng các hàm sin hoặc cos nhờ vào **định lý Fourier** trong toán học. Giả sử $y(t)$ là một hàm số tuần hoàn theo thời gian với chu kì T , có nghĩa $y(t+T) = y(t)$. Định lý Fourier khẳng định rằng $y(t)$ luôn có thể viết thành:

$$y(t) = \sum (A_n \sin 2\pi f_n t + B_n \cos 2\pi f_n t), \quad (18.13)$$

trong đó tần số có giá trị thấp nhất $f_1 = 1/T$. Những tần số bậc cao hơn đều là bội số nguyên của tần số cơ bản: $f_n = n f_1$, còn các hệ số A_n và B_n tương ứng với biên độ của mỗi hoạ âm điều hoà. Tổng nằm bên vế phải của (18.13) gọi là **chuỗi Fourier**. Hình 18.15 đưa ra kết quả phân tích Fourier, hay **phổ hoạ âm**, cho các sóng trên hình 18.14. Mỗi cột trên đồ thị đặc trưng cho cường độ của một hoạ âm trong chuỗi (18.13). Để ý rằng phổ của âm thoa chỉ chứa duy nhất một tần số, trong khi đó phổ flute và phổ clarinet mang đủ mọi tần số từ thấp đến cao.

Quan sát cho thấy có sự phân bố khác nhau về cường độ các hoạ âm trong phổ flute và clarinet. Một cách tổng quát, mọi nhạc âm đều chứa một hoạ âm cơ bản với tần số f cộng hợp với các hoạ âm bậc cao có tần số bội nguyên của f , với sự phân bố cường độ không đồng đều, đặc trưng cho âm sắc của mỗi loại nhạc cụ.

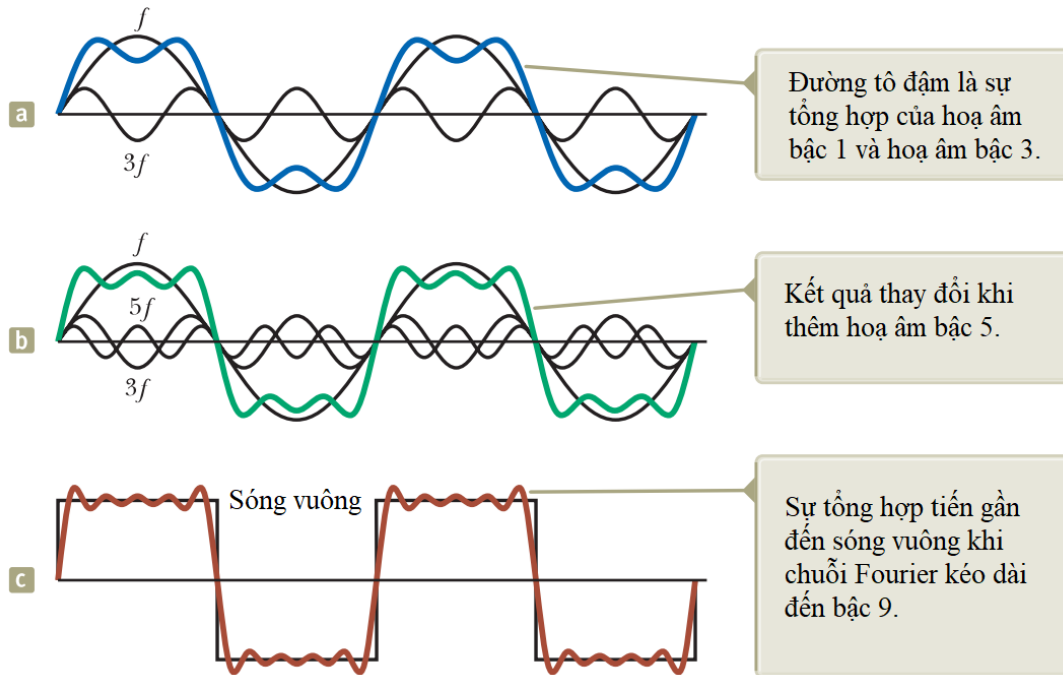
Lý thuyết đầy đủ về phép phân tích Fourier với nhiệm vụ cốt lõi là tính toán các hệ số trong chuỗi Fourier (18.13) tạm thời không nhắc đến trong giáo trình này.

Ngược lại với phân tích Fourier nói trên là phép **tổng hợp Fourier**. Trong quá trình ngược này, khi đã biết được phổ hoạ âm, ta có thể cộng các hoạ âm lại với nhau để khôi phục phổ dao động ban đầu. Hình 18.16 đưa ra ví dụ về phép tổng hợp Fourier cho một sóng vuông. Phân tích Fourier trước đó cho thấy rằng, phổ hoạ âm của sóng vuông chỉ bao gồm các hoạ âm có tần số bội nguyên lẻ của tần số cơ bản: $f, 3f, 5f \dots$. Trên hình 18.16a, đường đậm màu xanh thể hiện tổng hợp Fourier từ hai hoạ âm bậc nhất và bậc 3. Trên hình 18.16b, ta có thêm sự tham gia của hoạ âm bậc 5. Ta thấy rằng hình dạng tự nhiên của sóng vuông chỉ được khôi phục một cách gần đúng, không đủ vuông vức như nó vốn có.

Hình 18.16c đưa ra kết quả tổng hợp đến hoạ âm bậc 9, sự khôi phục đã tốt hơn khá nhiều so với hai hình trước đó. Để khôi phục gần như hoàn toàn sóng vuông

ban đầu, ta cần đến vô số các họa âm với tần số tiến đến vô cùng.

Ứng dụng công nghệ hiện đại, các nhạc cụ điện tử có khả năng tạo ra đủ loại hình âm sắc nhờ phép tổng hợp Fourier từ các họa âm theo nguyên lý đã trình bày.



Hình 18.16: Phép tổng hợp Fourier cho một sóng vuông

Tóm tắt chương 18

Khái niệm và nguyên lý

Nguyên lý chồng chập phát biểu rằng, khi hai hay nhiều sóng cùng lan truyền trong một môi trường, hàm sóng tổng hợp chính bằng tổng của các hàm sóng thành phần.

Hiện tượng phách là sự biến thiên tuần hoàn của biên độ tại một điểm cố định trong không gian do sự chồng chập của hai sóng có tần số khá gần nhau. Tần số phách có giá trị bằng:

$$f_{beat} = |f_1 - f_2|, \quad (18.12)$$

trong đó f_1 và f_2 là tần số của mỗi sóng thành phần.

Sóng dừng được hình thành do sự kết hợp của hai sóng sin có cùng tần số, biên độ và bước sóng, nhưng lan truyền theo hướng ngược chiều nhau. Sóng dừng được diễn tả qua phương trình:

$$y = [2A \sin kx] \cdot \cos \omega t. \quad (18.1)$$

Như vậy, biên độ của sóng dừng bằng $2A$, còn biên độ dao động của mỗi phần tử môi trường lại phụ thuộc vào vị trí của nó theo hàm $[2A \sin kx]$. Những điểm dao động với biên độ cực tiểu, tương ứng với các vị trí $x = n\lambda/2$ ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) được gọi là **nút sóng**. Những điểm dao động với biên độ cực đại, tương ứng với các vị trí $x = n\lambda/4$ ($n = 1, 3, 5, \dots$) được gọi là **bụng sóng**. Hai nút sóng liên tiếp hoặc hai bụng sóng liên tiếp nằm cách nhau nửa bước sóng $\lambda/2$.

Mô hình phân tích

Sự giao thoa. Khi hai sóng chạy có cùng tần số chồng chập lên nhau, sóng tổng hợp hình thành theo **nguyên lý chồng chất** và có biên độ phụ thuộc vào độ lệch pha. **Giao thoa tăng cường** xảy ra khi hai sóng cùng pha, tương ứng với $\varphi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$ rad. **Giao thoa triệt tiêu** xảy ra khi hai sóng nghịch pha, tương ứng với $\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi \dots$ rad.

Sóng ràng buộc bởi điều kiện biên. Khi một sóng bị ràng buộc bởi điều kiện biên, chỉ có những tần số dao động riêng mới có thể xuất hiện, ta nói rằng tần số bị lượng tử hoá.

Trong trường hợp dao động của sợi dây cố định hai đầu, các tần số dao động riêng có giá trị bằng:

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (18.6)$$

trong đó T là sức căng dây, còn μ là khối lượng trên mỗi đơn vị độ dài. Khi sóng âm lan truyền với tốc độ v trong ống khí dài L hở hai đầu, các tần số dao động riêng sẽ hình thành:

$$f_n = n \frac{v}{2L} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (18.8)$$

Khi ống khí chỉ hở một đầu còn đầu kia bịt kín, chỉ có những hoạ âm bậc lẻ mới được phép xuất hiện:

$$f_n = n \frac{v}{4L} \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (18.9)$$

Câu hỏi lý thuyết chương 18

- Một sợi dây có chiều dài L , khối lượng trên một đơn vị độ dài μ và sức căng T đang dao động với tần số cơ bản.
 - Nếu chiều dài L của sợi dây tăng gấp đôi còn những tham số khác giữ nguyên, tần số dao động sẽ:
 - Tăng 2 lần
 - Tăng $\sqrt{2}$ lần
 - Không thay đổi
 - Giảm $\sqrt{2}$ lần
 - Giảm 2 lần
 - Vấn câu hỏi như phần (i) nếu khối lượng trên mỗi đơn vị độ dài μ tăng lên gấp đôi còn những tham số kia không thay đổi.
 - Vấn câu hỏi như phần (i) nếu sức căng T tăng gấp đôi còn những tham số kia không thay đổi.
- Một cây sáo dài 58.0 cm sẽ phát ra âm thanh có tần số cơ bản bằng bao nhiêu? Biết rằng sáo là một ống hở một đầu còn đầu kia bịt kín. Tốc độ truyền âm trong không khí bằng 343 m/s.
 - 148 Hz
 - 296 Hz
 - 444 Hz
 - 591 Hz
 - Không có câu nào nói trên chính xác.
- Khi cho hai âm thoa cùng vang lên, ta nhận thấy hiện tượng phách có tần số 5 Hz. Biết một trong hai âm thoa có tần số bằng 245 Hz, âm thoa còn lại có tần số bằng bao nhiêu?
 - 240 Hz
 - 242.5 Hz
 - 247.5 Hz
 - 250 Hz
 - Có nhiều hơn một câu trả lời đúng.
- Một mũi tên bắn đi làm dây cung liên tục rung động. Dao động đó:
 - Chỉ chứa mode dao động riêng bậc nhất
 - Chỉ chứa mode dao động riêng bậc hai
 - Là sự chồng chập của các mode dao động bậc lẻ
 - Là sự chồng chập của các mode dao động bậc chẵn
 - Là sự chồng chập của tất cả các mode dao động riêng.
- Một sóng dừng hình thành trên sợi dây cố định hai đầu có ba nút sóng. Nếu tần số tăng gấp đôi, sẽ có bao nhiêu bụng sóng xuất hiện?
 - 2
 - 3
 - 4
 - 5
 - 6
- Cả sáu dây đàn trên cây guitar cùng gảy lên mà không bấm giữ phím bằng tay trái. Đại lượng nào sau đây là như nhau trên tất cả các dây?
 - Tần số cơ bản
 - Bước sóng của mode cơ bản
 - Bước sóng của sóng âm phát ra
 - Tốc độ của sóng lan truyền trên dây
- Khi hai sóng giao thoa tăng cường hoặc giao thoa triệt tiêu, liệu năng lượng có thêm vào hay mất đi trong hệ? Hãy giải thích.
- Giải thích nguyên lý lên dây đàn bằng phương pháp vận dụng hiện tượng phách.
- Một chai nước ngọt cộng hưởng với không khí thổi ngang qua miệng nó. Tần số cộng hưởng sẽ thay đổi như thế nào khi ta uống bớt nước trong chai?

Bài tập chương 18

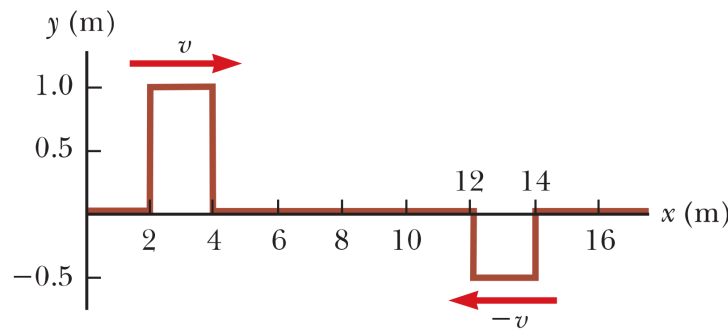
- Hai sóng lan truyền cùng một hướng trên sợi dây kéo căng và lệch pha nhau $1/4$ chu kì. Mỗi sóng có biên độ 4.00 cm. Tính biên độ của sóng tổng hợp.
- Hai sóng trên sợi dây biểu diễn bởi các hàm số:

$$y_1 = 3.0 \cos(4.0x - 1.6t) \quad y_2 = 4.0 \cos(5.0x - 2.0t)$$

trong đó x và y có đơn vị cm, còn t có đơn vị giây. Tìm sự chồng chập $y_1 + y_2$ tạo thành sóng tổng hợp tại điểm:

- $x = 1.00, t = 1.00$
- $x = 1.00, t = 0.50$
- $x = 0.50, t = 0$.

- Hai xung có biên độ khác nhau di chuyển lại gần nhau với cùng tốc độ $v = 1.00 \text{ m/s}$. Hình dưới mô tả vị trí mỗi xung vào thời điểm $t = 0$.
 - Hãy vẽ hình dạng sóng tổng hợp tại các thời điểm $t = 2.00 \text{ s}$, 4.00 s , 5.00 s và 6.00 s .
 - Nếu xung bên phải có dạng lật ngược về bên trên so với xung ban đầu, hình ảnh tổng hợp sóng sẽ thay đổi như thế nào?



- Hai sóng chạy hình sin có dạng hàm như sau:

$$y_1 = 5.00 \sin[\pi(4.00x - 1200t)],$$

$$y_2 = 5.00 \sin[\pi(4.00x - 1200t - 0.250)],$$

trong đó x , y_1 và y_2 có đơn vị mét, còn t có đơn vị giây.

- Hàm sóng tổng hợp $y_1 + y_2$ có biên độ bằng bao nhiêu?
 - Tìm tần số của hàm sóng tổng hợp.
- Hai sóng hình sin lan truyền theo hướng ngược chiều nhau, giao thoa với nhau tạo thành một sóng dừng có dạng hàm:

$$y = 1.50 \sin(0.40x) \cdot \cos(200t),$$

trong đó x và y có đơn vị mét, còn t có đơn vị giây. Với những sóng thành phần, hãy xác định:

- Bước sóng
- Tần số
- Tốc độ truyền sóng.

6. Hai sóng ngang lan truyền trong môi trường có dạng hàm:

$$y_1 = 3.00 \sin \pi(x + 0.60t) \quad y_2 = 3.00 \sin \pi(x - 0.60t)$$

trong đó x , y_1 và y_2 có đơn vị cm, còn t có đơn vị giây. Hãy xác định ly độ cực đại của phần tử môi trường tại:

(a) $x = 0.25$ cm (b) $x = 0.50$ cm (c) $x = 1.50$ cm

(d) Tìm ba giá trị nhỏ nhất của x tương ứng với những vị trí bụng sóng.

7. Một sóng dừng được miêu tả qua hàm số:

$$y = 6 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) \cos(100\pi t),$$

trong đó x , y_1 và y_2 có đơn vị mét, còn t có đơn vị giây.

(a) Vẽ đồ thị của y như một hàm số phụ thuộc vào x tại năm thời điểm khác nhau: $t = 0, 5 \text{ ms}, 10 \text{ ms}, 15 \text{ ms}, 20 \text{ ms}$.

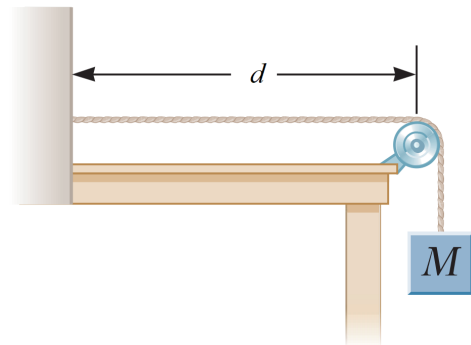
(b) Hãy nhận diện bước sóng từ họ đồ thị đã dựng và giải thích.

(c) Phân tích giá trị tần số của sóng từ họ đồ thị đã dựng.

(d) Hãy xác định bước sóng bằng cách phân tích trực tiếp từ hàm sóng đã cho.

(e) Hãy xác định tần số bằng cách phân tích trực tiếp từ hàm sóng đã cho.

8. Sợi dây có khối lượng $m = 8.00$ g, chiều dài $L = 5.00$ m, một đầu gắn vào tường, còn đầu kia vắt qua một ròng rọc cố định nằm cách tường một khoảng $d = 4.00$ m rồi treo vào quả nặng $M = 4.00$ kg. Nếu đoạn chằng ngang của sợi dây được gảy lên, hệ dao động sẽ có tần số cơ bản bằng bao nhiêu?

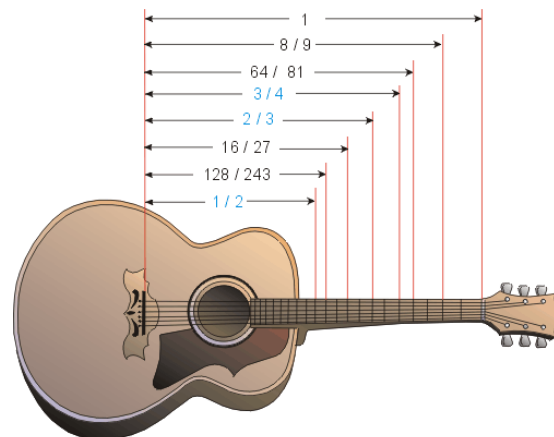


9. Một dây đàn guitar dài 64 cm có tần số 330 Hz khi chơi dây buông, tức dao động tự do ở độ dài tự nhiên của nó.

(a) Khi ta bấm dây xuống một phím đàn, làm cho dây chỉ còn có thể dao động giới hạn trong phạm vi bằng $2/3$ chiều dài ban đầu. Lúc này dây đàn được gảy sẽ phát ra tần số cơ bản bằng bao nhiêu?

(b) Một nghệ sĩ guitar đã chơi một thể của kĩ thuật "natural harmonic" bằng cách chạm khê ngón tay trái lên dây đàn ở vị trí trùng với phím đàn nói trên, sau đó dùng tay phải móc dây ở vị trí cách ngựa đàn $1/6$ chiều dài dây. Chỗ dây đàn được chạm khê sẽ hình thành một nút sóng, còn chỗ

móc dây sẽ hình thành một bụng sóng. Nốt nhạc vang lên có tần số bằng bao nhiêu?



10. Một dây đàn violon dài 35cm được lên dây ở nốt Sol với tần số $f_G = 392\text{Hz}$. Albert Einstein cần bấm dây tại vị trí cách mấu đàn (đầu dây) bao xa để có thể chơi được nốt La có tần số $f_A = 440\text{Hz}$? Einstein có thể bấm không chính xác vì đầu ngón tay ông rộng 0.6cm. Tính phạm vi tần số dây đàn có thể phát ra khi ông chơi nốt La.



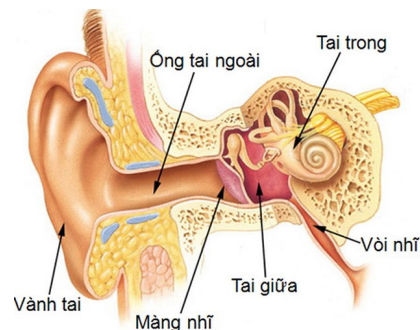
11. Đại phong cầm là nhạc cụ hoạt động theo nguyên lý cộng hưởng sóng dừng của cột khí. Đàn được cấu tạo từ rất nhiều ống rộng có độ dài khác nhau để tạo ra cao độ khác nhau của nhạc âm. Đàn chạy được nhờ năng lượng từ nguồn thổi khí, theo truyền thống là một máy ép khí cơ học. Người chơi sẽ dùng phím đàn, có hình dáng tương tự như phím piano, để điều khiển, dẫn dắt luồng khí từ nguồn đi vào đúng ống khí với nốt nhạc tương ứng.



Ống dài nhất của cây đại phong cầm trên hình có chiều dài 4.88m. Âm thanh do ống đàn phát ra trong khán phòng nhà hát ở 20°C có tần số cơ bản bằng bao nhiêu khi:

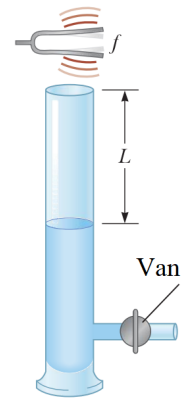
- (a) Ống bị đóng một đầu
(b) Ống để hở hai đầu.

12. Ống tai ngoài của tai người có thể xem như ống khí bịt một đầu. Nếu tai có khả năng cộng hưởng với những âm ở tần số cơ bản bằng 3000Hz thì chiều dài của ống tai ngoài bằng bao nhiêu? Dùng nhiệt độ 37°C của cơ thể người để tính vận tốc truyền âm.



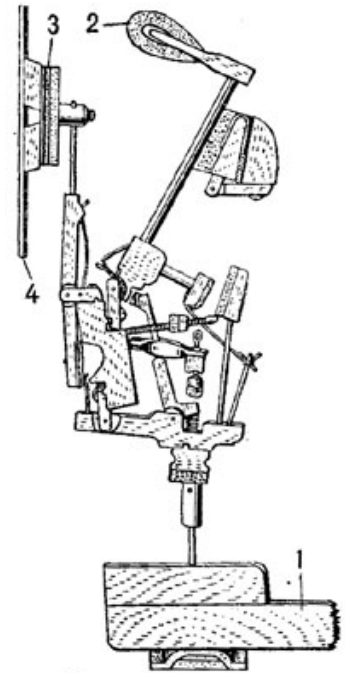
13. Sinh viên đo độ sâu của một giếng nước bằng cách dùng một bộ phát dao động âm có khả năng điều chỉnh được tần số. Sinh viên đã nghe thấy có hai đỉnh cộng hưởng ở tần số 51.87Hz và 59.85Hz . Hỏi:
- (a) Giếng sâu bao nhiêu?
(b) Có bao nhiêu bụng sóng dừng ở tần số 51.87Hz ?

14. Một âm thoa dao động với tần số $f = 512\text{Hz}$ đặt gần miệng ống như hình. Chiều dài ban đầu của cột khí $L = 20.0\text{cm}$. Mực nước từ từ được rút xuống để cho chiều dài L dần tăng lên. Tìm hai giá trị gần nhất của L tương ứng với những mode dao động cộng hưởng.



15. Một thanh nhôm dài 1.60m được kẹp chặt tại trung điểm. Sau đó dùng vải trét nhựa thông để cọ xát vào đầu thanh tạo nên sóng dọc lan truyền trong thanh. Tốc độ truyền âm trong thanh nhôm bằng 5100m/s .
- Những mode dao động nào được thiết lập trên thanh?
 - Tần số của mode dao động cơ bản bằng bao nhiêu?
 - Tần số trên sẽ thay đổi như thế nào nếu thanh làm bằng đồng? Biết tốc độ truyền âm trong đồng bằng 3560m/s .

16. Trong thiết kế đàn piano, mỗi phím đàn có thể tương ứng với hai hoặc ba dây đàn. Chẳng hạn, nốt La thuộc quãng tám lớn tương ứng với hai dây đặt song song cùng lên một tần số cơ bản như nhau bằng 110Hz . Phím đàn bấm xuống sẽ kích hoạt búa gõ đập đồng thời lên hai dây, khiến cả hai cùng dao động. Giả sử rằng ban đầu cả hai dây đều được kéo căng lên 600N , nhưng sau một thời gian một trong hai dây bị chùng xuống chỉ còn 540N và lạc tone. Tiếng phách nghe được khi phím đàn nhấn xuống có nhịp độ bằng bao nhiêu?

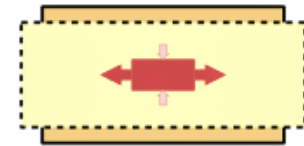
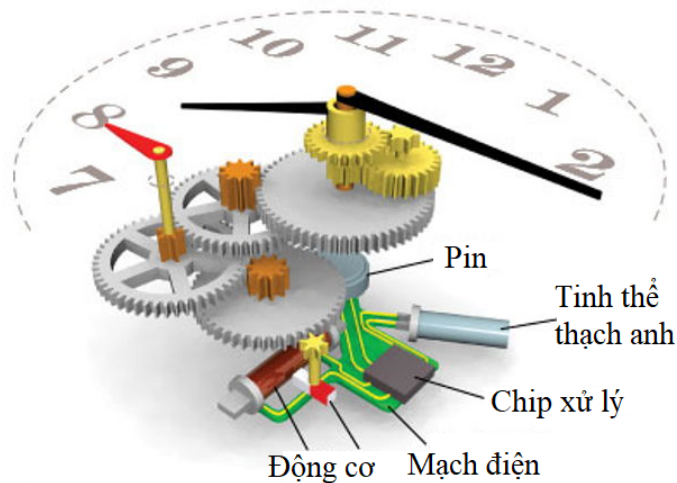


1 - Phím 2 - Búa gõ
3 - Bộ cần 4 - Dây đàn

17. Hợp âm La trưởng là tổ hợp các nốt La, Đô thăng và Mi. Hợp âm này có thể chơi trên piano bằng cách nhấn đồng thời ba phím đàn, tạo nên những âm có tần số cơ bản bằng 440.00Hz , 554.37Hz và 659.26Hz . Sự hoà hợp thú vị có được là do một vài họa âm bậc cao của ba nốt này lại có tần số khá gần nhau. Hãy tìm năm họa âm của mỗi nốt nhạc trên, rồi chỉ ra những họa âm nào có tần số tương hợp.

18. Đồng hồ quartz, hay đồng hồ thạch anh, luôn chứa một tinh thể thạch anh giúp tạo nên dao động cơ học có nhịp độ chính xác cao. Mạch điện trong đồng hồ một mặt có chức năng nuôi giữ dao động của thạch anh, mặt khác đếm số xung nhịp và hiển thị thời gian lên mặt đồng hồ. Tinh thể thạch anh có thể được cắt gọt thành dạng như âm thoa, cũng có thể đơn giản là khối hộp chữ nhật. Tần số dao động quy ước dùng trong đồng hồ thạch anh bằng $2^{15} = 32768\text{Hz}$, rất thuận tiện cho các bộ đếm nhị phân.

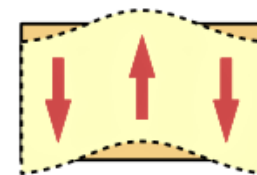
Giả sử ta cần một tinh thể thạch anh dạng hình hộp chữ nhật, dao động ở mode đầu tiên trên hình, tức giãn nén theo chiều dọc. Hai mặt đối diện của tinh thể là các bụng sóng. Hãy tính chiều dài của tinh thể cần cắt gọt. Biết tốc độ truyền âm trong thạch anh bằng $3.70 \times 10^3 \text{ m/s}$.



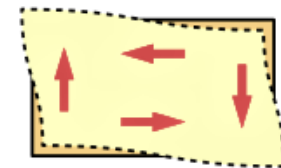
Longitudinal mode



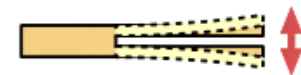
Thickness shear mode



Flexural mode



Face shear mode



Tuning fork