

Chương 16: Sóng cơ học

Thế giới chúng ta sống tràn ngập các loại sóng. Sóng nước là ví dụ thực tế cho ta hình dung khá rõ về sóng. Bằng cách ném một viên sỏi vào mặt nước phẳng lặng, tại điểm tiếp xúc của viên sỏi và mặt nước các sóng hình tròn được tạo ra và bắt đầu mở rộng dần từ điểm tiếp xúc (viên sỏi gọi là nguồn phát sóng). Nếu quan sát kỹ một vật nhỏ nổi trên mặt nước ở gần nguồn sóng, ta sẽ thấy vật này di chuyển theo phương thẳng đứng và phương ngang quanh một vị trí gốc nhưng thực sự không di chuyển về phía nguồn phát sóng hoặc ra xa nguồn phát sóng. Chuyển động của vật nổi trên thực ra là do chuyển động của các phần tử nước tiếp xúc với vật truyền cho vật. Mọi phần tử nước khác trên mặt nước cũng chuyển động như vậy. Điều này có nghĩa là sóng nước thì cứ chuyển động ra xa nguồn nhưng nước thì không được vận chuyển theo. Trong hiện tượng sóng, dao động của các phần tử được lan truyền, nghĩa là năng lượng cũng đã được lan truyền từ nguồn sóng.

Chúng ta sẽ khảo sát hai loại sóng: sóng cơ học và sóng điện từ. Đối với sóng cơ học, để sóng hình thành và lan truyền được cần thiết phải có môi trường vật chất. Sóng điện từ có thể lan truyền trong môi trường vật chất và cả trong chân không.

Trong chương này, chúng ta sẽ tìm hiểu rõ hơn về sóng cơ học.

16.1 Sự lan truyền nhiễu loạn

16.1.1 Sự hình thành sóng

Tất cả các sóng cơ học đều đòi hỏi phải có nguồn nhiễu loạn, môi trường vật chất để có thể truyền nhiễu loạn và một số cơ chế vật lý nhờ đó các phần tử môi trường tương tác lẫn nhau.

Để minh họa cho chuyển động sóng, chúng ta hãy xét thí nghiệm trình bày ở hình 16.1. Sau khi kéo căng một sợi dây dài đã cố định một đầu, bằng cách giật nhanh tay lên và xuống đầu tự do của sợi dây ta sẽ thấy trên dây hình thành một cái bướu và nó dịch chuyển dọc theo dây. Bướu này gọi là **xung**. Trong thí nghiệm này, bàn tay là nguồn nhiễu loạn và sợi dây là môi trường để xung truyền đi. Các phần tử riêng biệt trên dây bị nhiễu loạn từ vị trí cân bằng của chúng và sự liên kết giữa các phần tử của dây làm cho nhiễu loạn được lan truyền dọc theo dây. Xung có chiều cao xác định và truyền dọc theo dây với tốc độ xác định. Hình dáng của xung thay đổi rất ít khi xung lan truyền dọc theo dây.

Bằng cách liên tục di chuyển lên và xuống đầu tự do của dây, chúng ta sẽ tạo ra được một sóng lan truyền trên dây. Sóng là một nhiễu loạn tuần hoàn di chuyển qua một môi trường.

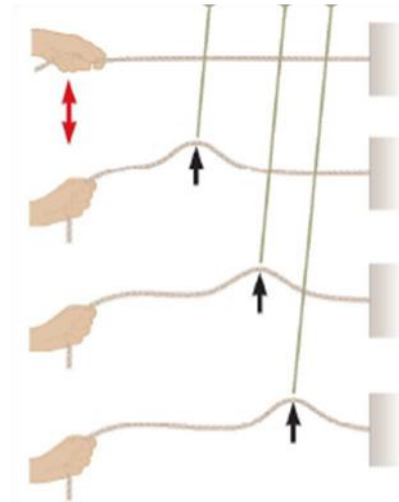
16.1.2 Phân loại sóng

Tùy thuộc vào phương dao động của các phần tử môi trường, sóng được chia thành hai loại: sóng ngang và sóng dọc.

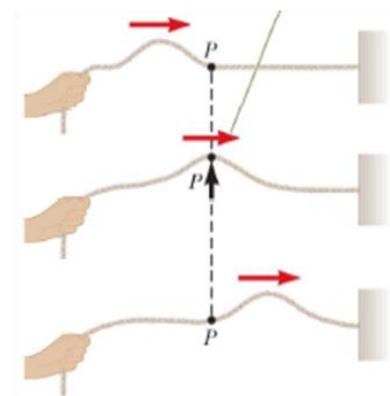
Sóng ngang: Khi lan truyền, sóng loại này sẽ làm cho các phần tử của môi trường chuyển động vuông góc với phương truyền sóng. Hình 16.2 mô tả một sóng ngang lan truyền trên sợi dây. Chuyển động của phần tử tại P được biểu diễn bằng mũi tên thẳng đứng. Hướng truyền của sóng được biểu diễn bằng mũi tên nằm ngang.

Sóng dọc: Khi sóng này truyền qua, cho các phần tử của môi trường chuyển động song song với phương truyền sóng. Hình 16.3 là một ví dụ về sóng dọc khi tay liên tục di chuyển qua tới và lui. Một trường hợp khác cho sóng dọc là sóng âm.

Khi xung di chuyển dọc theo dây, các phần tử của dây rời khỏi vị trí cân bằng của chúng.



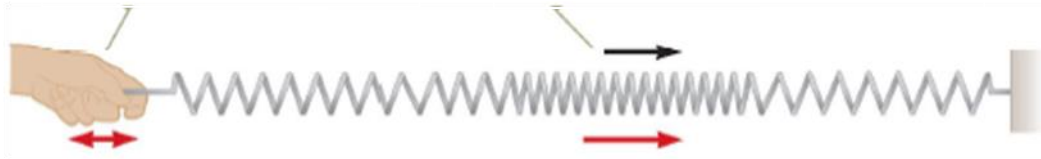
Hình 16.1: Mỗi lần bàn tay di chuyển một đầu dây lên và xuống sẽ tạo ra một xung truyền dọc theo dây



Hình 16.2

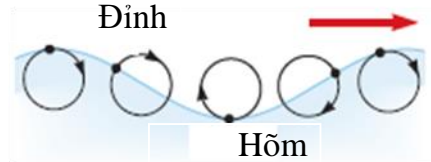
Bàn tay di chuyển tới lui để tạo ra một xung dọc .

Độ dời của các vòng lò xo là song song với phương truyền.



Hình 16.3: Một xung lan truyền dọc theo một lò xo

Một số sóng thể hiện sự kết hợp đặc tính chuyển dời của cả sóng dọc và sóng ngang. Sóng trên mặt nước là một ví dụ. Khi sóng truyền trên mặt nước, các phần tử nước trên bề mặt di chuyển gần như thành vòng tròn. Nhiễu loạn có cả thành phần dọc và thành phần ngang.



Hình 16.4: Sóng nước

16.1.3 Hàm sóng

Khảo sát một xung lan truyền về bên phải với vận tốc v trên một sợi dây dài như trên hình 16.5. Hình 16.5a trình bày hình dạng và vị trí của xung tại thời điểm $t = 0$ và xung này được mô tả bằng hàm số $y(x, 0) = f(x)$. Hàm số này cho biết tọa độ y (độ dời) của phần tử có tọa độ x trên dây vào thời điểm $t = 0$. Sau khoảng thời gian t , xung đi được quãng đường vt (Hình 16.5b). Chúng ta giả sử rằng hình dạng của xung là không thay đổi theo thời gian. Trong trường hợp này, tọa độ y của phần tử có tọa độ x trên dây ở thời điểm t bằng tọa độ y của phần tử có tọa độ $(x - vt)$ trên dây ở thời điểm $t = 0$:

$$y(x, t) = y(x - vt, 0)$$

Tóm lại: Khi xung di chuyển về bên phải (theo chiều dương trục Ox), tọa độ y của phần tử có tọa độ x trên dây ở thời điểm t được xác định bởi hàm số:

$$y(x, t) = f(x - vt) \quad (16.1)$$

Tương tự: Khi xung di chuyển về bên trái, tọa độ y của phần tử có tọa độ x trên dây ở thời điểm t được xác định bởi hàm số:

$$y(x, t) = f(x + vt) \quad (16.2)$$

Hàm $y(x, t)$ được gọi là **hàm sóng**. Hàm số này cho biết tọa độ y của phần tử bất kỳ tại vị trí x vào thời điểm t. Khi cố định t, hàm sóng $y(x)$ cho biết hình dạng của sóng ở thời điểm t đó.

16.2 Sóng hình sin

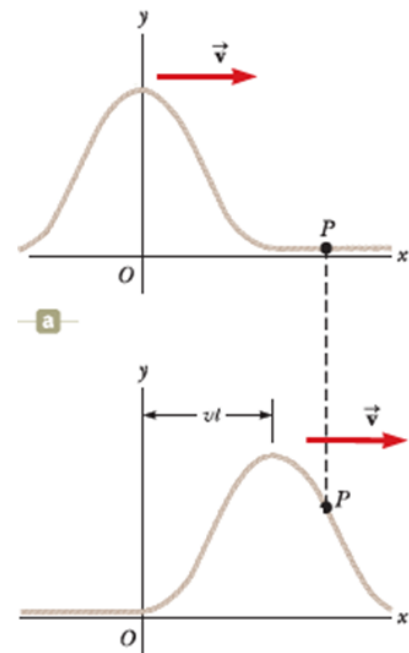
Chúng ta sẽ xem xét một loại sóng có hình dạng như đồ thị của hàm sin, sóng loại này được gọi là sóng hình sin. Hình 16.6 mô tả một sóng hình sin đang di chuyển về phía bên phải với vận tốc v. Sóng này có thể được tạo ra trên một sợi dây như trong hình 16.1 khi đầu tự do của dây được rung để di chuyển lên xuống như một dao động điều hòa. Chúng ta chọn sóng hình sin để khảo sát vì mọi dạng sóng đều có thể xây dựng được bằng cách cộng các sóng hình sin có tần số và biên độ xác định. Sự hiểu biết về sóng hình sin là cơ sở để hiểu được các sóng có bất kỳ dạng nào.

Cần phân biệt hai loại chuyển động xảy ra khi một sóng lan truyền: chuyển động của sóng về phía bên phải theo trục Ox và dao động điều hòa của các phần tử môi trường theo trục Oy.

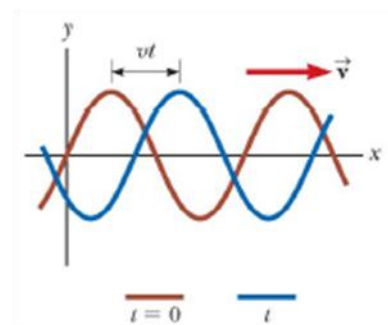
Chúng ta sẽ xem xét một loại sóng được đơn giản hóa như sau: sóng có một tần số duy nhất và có chiều dài vô hạn.

16.2.1 Các khái niệm và các đại lượng đặc trưng của sóng

- **Đỉnh sóng** là điểm trong không gian mà phần tử môi trường tại đó có vị trí cao nhất. (Hình 16.7a).
- **Hõm sóng** là điểm trong không gian mà phần tử môi trường tại đó có vị trí thấp nhất.
- **Biên độ A của sóng**: là biên độ dao động của các phần tử môi trường. (Hình 16.7).
- **Tần số f của sóng**: là số đỉnh sóng (hoặc là bất kỳ điểm nào trên sóng) đi qua một điểm cho trước trong một đơn vị thời gian. Tần số sóng bằng với tần số dao động điều hòa của các phần tử môi trường.



Hình 16.5: Xung một chiều truyền về phía bên phải của dây



Hình 16.6: Hình dạng sóng sin

- **Chu kỳ T của sóng:** là khoảng thời gian để hai đỉnh sóng liền nhau đi qua một điểm cho trước trong không gian. Chu kỳ của sóng bằng với chu kỳ dao động điều hòa của các phần tử môi trường. (Hình 16.7b).

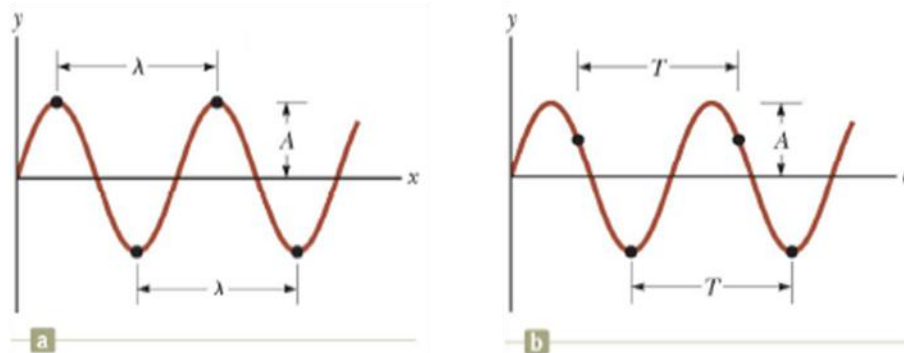
Chu kỳ và tần số của sóng liên hệ với nhau theo công thức:

$$T = \frac{1}{f} \quad (16.3)$$

- **Bước sóng λ :** là khoảng cách từ đỉnh (hõm) sóng này đến đỉnh (hõm) sóng kế tiếp. Tổng quát hơn, bước sóng là khoảng cách ngắn nhất giữa hai điểm đồng nhất trên sóng. (Phần tử môi trường tại hai điểm này dao động giống hệt nhau.)
- **Tốc độ truyền sóng v :** mỗi sóng sẽ lan truyền với tốc độ riêng, tốc độ này phụ thuộc vào tính chất của môi trường truyền sóng.

Tốc độ truyền sóng liên hệ với bước sóng và chu kỳ của sóng theo công thức:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f \quad (16.4)$$



Hình 16.7: (a) Hình ảnh của một sóng hình sin. (b) Vị trí của một phần tử môi trường như một hàm số của thời gian.

16.2.2 Hàm sóng

Giả sử xét một sóng hình sin ở thời điểm $t = 0$ có hình dạng như ở hình 16.7a thì hàm sóng ở thời điểm này được cho bởi hàm số $y(x, 0) = A \sin ax$. Do tính chất tuần hoàn của hàm số này, ta suy ra được $a = 2\pi/\lambda$. Nên

$$y(x, 0) = A \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} x \right)$$

Nếu sóng truyền về bên phải (theo chiều dương trục x) thì theo 16.1, hàm sóng ở thời điểm t là

$$y(x, t) = A \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (x - vt) \right] \quad (16.5)$$

Nếu sóng truyền về phía bên trái thì thay $(x - vt)$ thành $(x + vt)$ trong 16.5.

Tính chất tuần hoàn của hàm sóng thể hiện rõ khi thay $v = \lambda/T$ vào 16.5 để hàm sóng có dạng như sau:

$$y(x, t) = A \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right] \quad (16.6)$$

Để thuận tiện cho việc biểu diễn hàm sóng, ta đặt:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

k được gọi là số sóng và

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

ω được gọi là tần số góc của sóng.

Dùng k và f , hàm sóng được viết ngắn gọn như sau:

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t) \quad (16.7)$$

Trong trường hợp tổng quát, khi phần tử môi trường tại vị trí $x = 0$ và ở thời điểm $t = 0$ có tọa độ dao động $y \neq 0$ thì hàm sóng có dạng như sau:

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \phi) \quad (16.8)$$

trong đó ϕ là pha ban đầu.

16.2.3 Sóng hình sin trên dây

Để tạo một sóng trên dây, ta gắn một đầu dây vào một cần rung và cho cần rung dao động điều hòa (Hình 16.8). Mỗi phần tử trên dây dao động điều hòa theo phương thẳng đứng y với tần số bằng tần số của cần rung, trong khi đó sóng truyền về bên phải theo chiều dương của trục Ox với tốc độ v .

Giả sử chọn $t = 0$ là lúc hình dạng của dây như ở hình 16.8a thì hàm sóng được viết là:

$$y = A \sin(kx - \omega t)$$

Vận tốc chuyển động (theo phương y) của một phần tử trên dây có tọa độ x là

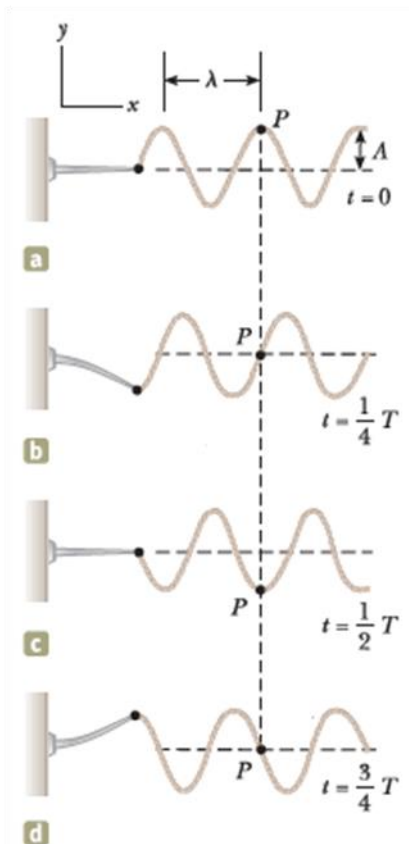
$$v_y = \left. \frac{dy}{dt} \right]_{x=\text{constant}} = -\omega A \cos(kx - \omega t) \quad (16.9)$$

Gia tốc của phần tử này là

$$a_y = \left. \frac{dv_y}{dt} \right]_{x=\text{constant}} = -\omega^2 A \sin(kx - \omega t) \quad (16.10)$$

Độ lớn cực đại của tốc độ và gia tốc của các phần tử là

$$v_{y,\text{max}} = \omega A \quad (16.11)$$



Hình 16.8: Cách tạo ra sóng sin trên sợi dây.

$$a_{y,max} = \omega^2 A \tag{16.12}$$

Cần lưu ý rằng: tốc độ truyền sóng v là hằng số đối với một môi trường đồng nhất, trong khi đó vận tốc của một phần tử trên dây v_y là một hàm sin của thời gian.

16.3 Tốc độ của sóng trên dây

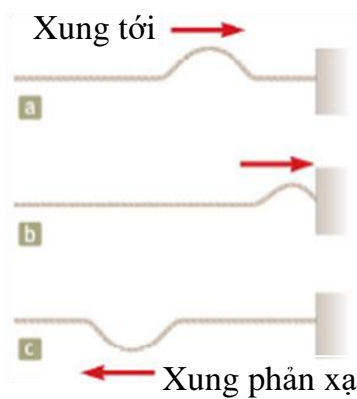
Tốc độ của sóng phụ thuộc vào tính chất vật lý của dây và lực căng dây theo công thức:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \tag{16.13}$$

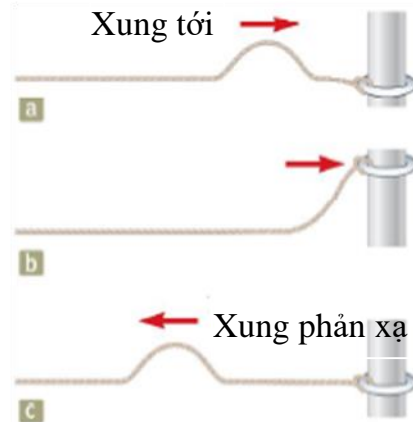
với μ là khối lượng trên một đơn vị chiều dài của dây (kg/m) và T là lực căng dây.

16.4 Sự phản xạ và truyền qua của sóng

Ở nội dung này chúng ta sẽ xem xét một sóng bị ảnh hưởng như thế nào trong quá trình lan truyền khi gặp phải sự thay đổi trong môi trường.



Hình 16.9: Sự phản xạ của một xung ở đầu cố định của sợi dây.

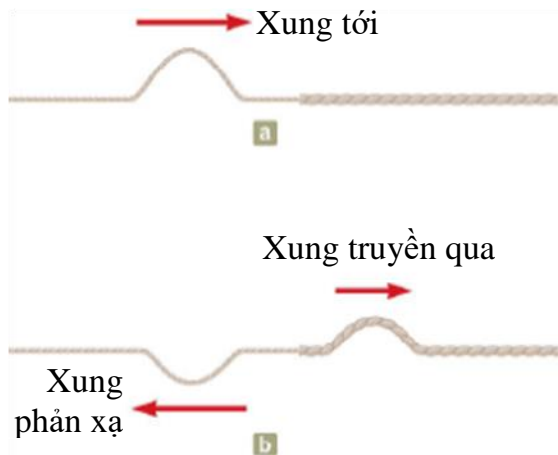


Hình 16.10: Sự phản xạ của một xung ở đầu tự do của sợi dây.

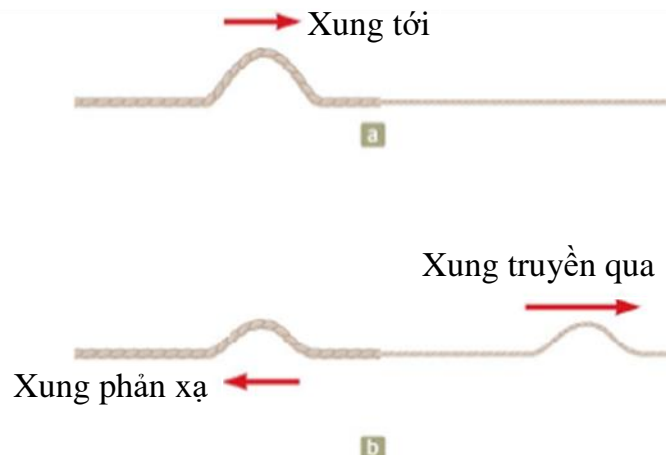
Hình 16.9 mô tả một xung lan truyền trên một sợi dây căng ngang có một đầu buộc vào giá cố định. Khi xung di chuyển đến giá cố định, nghĩa là đến cuối dây, thì môi trường truyền bị thay đổi đột ngột. Kết quả là xung chuyển động dọc trên dây theo chiều ngược lại tạo thành xung phản xạ. Xung phản xạ này bị đảo ngược so với xung ban đầu (xung tới) nhưng không bị thay đổi hình dạng. Sự đảo ngược của xung phản xạ so với xung tới có thể được giải thích nhờ định luật Newton thứ ba.

Trong trường hợp trên đầu cuối của dây được buộc cố định. Ở một trường hợp khác, đầu cuối dây có thể di chuyển tự do theo phương thẳng đứng như hình 16.10. Xung phản xạ lúc này không bị đảo ngược và cũng có cùng hình dạng như xung tới.

Cuối cùng là một trường hợp trung gian của hai trường hợp trên. Khi xung di chuyển đến biên giữa hai môi trường, một phần năng lượng của xung tới sẽ bị phản xạ ngược lại, một phần năng lượng sẽ truyền qua môi trường kia.



Hình 16.11: Một xung di chuyển trên một dây nhẹ đến chỗ nối với một dây nặng hơn.

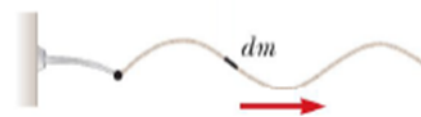


Hình 16.12: Một xung di chuyển trên một dây nặng đến chỗ nối với một dây nhẹ hơn.

Chẳng hạn như một sợi dây nhẹ được nối với một sợi dây nặng hơn như trên hình 16.11. Khi xung di chuyển trên dây nhẹ đến gặp điểm tiếp xúc của hai dây thì hai xung được hình thành đồng thời: xung phản xạ trở lại (bị đảo ngược và có biên độ nhỏ hơn xung tới) và xung truyền qua chuyển động trên dây nặng hơn (không bị đảo ngược). Trong trường hợp xung di chuyển trên dây nặng đến gặp điểm tiếp xúc với dây nhẹ hơn như ở hình 16.12 thì các xung phản xạ và xung truyền qua vẫn hình thành nhưng xung phản xạ không bị đảo ngược.

16.5 Tốc độ truyền năng lượng bởi sóng sin trên dây

Chúng ta hãy xem xét sự truyền sóng hình sin theo trục x trên một sợi dây căng ngang trên như hình 16.13.



Hình 16.13

Nguồn năng lượng là tác nhân bên ngoài gắn với đầu bên trái của dây. Tác nhân này thực hiện công ở đầu bên trái của dây (bằng cách di chuyển lên xuống), nhờ đó năng lượng được truyền vào hệ và sau đó được truyền dọc theo chiều dài của dây. Xét phần tử nhỏ có tọa độ x, chiều dài dx và khối lượng dm. Phần tử này (cũng như các phần tử khác trên dây) thực hiện dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với phương trình

$$y = A \sin(kx - \omega t)$$

và vận tốc

$$v_y = -\omega A \cos(kx - \omega t)$$

Động năng của mỗi phần tử trên dây là

$$dK = \frac{1}{2}(dm)v_y^2 = \frac{1}{2}(\mu dx)v_y^2 = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \cos^2(kx - \omega t) dx$$

trong đó μ là khối lượng trên một đơn vị chiều dài của dây.

Nếu xét ở thời điểm $t = 0$ thì động năng này bằng

$$dK = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \cos^2(kx) dx$$

Động năng tổng cộng của tất cả phần tử trên chiều dài bằng một bước sóng của dây là

$$K_\lambda = \int dK = \int_0^\lambda \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \cos^2(kx) dx = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 \lambda$$

Tổng thế năng của tất cả phần tử trên chiều dài bằng một bước sóng của dây

$$U_\lambda = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 \lambda$$

Tổng năng lượng trên chiều dài bằng một bước sóng của dây:

$$E_\lambda = K_\lambda + U_\lambda = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \lambda \tag{16.14}$$

Khi sóng di chuyển dọc theo dây năng lượng này sẽ được truyền qua mỗi điểm trên dây sau một khoảng thời gian bằng một chu kỳ của sóng. Do đó, công suất P , nghĩa là tốc độ truyền năng lượng của sóng bằng:

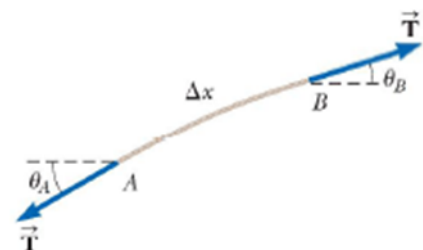
$$P = \frac{E_\lambda}{T} = \frac{\frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \lambda}{T} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \left(\frac{\lambda}{T}\right)$$

$$P = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 v \tag{16.15}$$

16.6 Phương trình truyền sóng tuyến tính

Các hàm sóng $y(x,t)$ là nghiệm của một phương trình gọi là phương trình truyền sóng tuyến tính. Phương trình này sẽ cho ta một sự mô tả hoàn chỉnh về sóng và cũng từ phương trình này ta có thể xác định được tốc độ lan truyền của sóng. Trong nội dung này, chúng ta sẽ rút ra phương trình này thông qua sóng truyền trên dây.

Giả sử một sóng đang truyền trên dây với lực căng là T . Xét một phần tử nhỏ trên dây có chiều dài Δx (Hình 16.14). Hai đầu của phần tử này có phương hợp với trục x các góc θ_A và θ_B rất nhỏ. Lực tổng hợp tác dụng lên phần tử theo phương thẳng đứng y là:



Hình 16.14: Một phần tử của dây chịu tác dụng của hai lực căng

$$\sum F_y = T \sin \theta_A - T \sin \theta_B$$

Vì các góc θ rất nhỏ nên $\sin \theta \approx \tan \theta$.

$$\sum F_y = T(\tan \theta_A - \tan \theta_B) \quad (16.16)$$

$$\sum F_y \approx T \left[\left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_B - \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_A \right] \quad (16.17)$$

Áp dụng định luật Newton thứ hai cho phần tử trên với khối lượng $m = \mu \Delta x$, ta được:

$$\sum F_y = m a_y = \mu \Delta x \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right) \quad (16.18)$$

Kết hợp hai phương trình 16.17 và 16.18 với nhau cho chúng ta:

$$\begin{aligned} \mu \Delta x \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right) &= T \left[\left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_B - \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_A \right] \\ \frac{\mu}{T} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right) &= \frac{T \left[\left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_B - \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_A \right]}{\Delta x} \end{aligned} \quad (16.19)$$

Khi cho $\Delta x \rightarrow 0$, phương trình 16.19 trở thành:

$$\frac{\mu}{T} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (16.20)$$

Phương trình 16.20 là phương trình truyền sóng tuyến tính áp dụng cho sóng trên dây. Nó thường được viết lại dưới dạng sau:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (16.21)$$

Một cách tổng quát, phương trình 16.21 có thể áp dụng nhiều loại sóng khác nhau. Đối với sóng trên dây, y tương ứng với độ dời theo phương thẳng đứng của các phần tử của dây. Đối với sóng âm truyền qua một chất khí, y tương ứng với độ dời theo phương truyền sóng của các phần tử khí so với vị trí cân bằng. Đối với sóng điện từ, y tương ứng với các thành phần điện trường hoặc từ trường.

Không chỉ hàm sóng hình sin thỏa mãn phương trình truyền sóng 16.21 mà bất kỳ hàm sóng nào có dạng $y = f(x \pm vt)$ cũng thỏa mãn phương trình này.

Phương trình sóng tuyến tính cũng là một hệ quả trực tiếp của định luật Newton thứ hai khi áp dụng cho một phần tử bất kỳ của một sợi dây đang có sóng truyền qua.

Tóm tắt chương 16

Định nghĩa

Sóng hình sin một chiều là sóng mà độ dời của các phần tử môi trường thay đổi theo một hàm số sin. Một sóng hình sin truyền về bên phải (theo chiều dương trục x) có thể được biểu diễn bằng **hàm sóng**

$$y(x, t) = A \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (x - vt) \right] \tag{16.5}$$

trong đó A là **biên độ**, λ là **bước sóng** và v là **vận tốc truyền sóng**.

Số sóng k và **tần số góc** ω của sóng được định nghĩa như sau:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \tag{16.8}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \tag{16.9}$$

trong đó T là **chu kỳ** và f là **tần số** của sóng.

Sóng ngang là sóng mà các phần tử môi trường dao động theo phương vuông góc với phương truyền sóng.

Sóng dọc là sóng mà các phần tử môi trường dao động theo phương song song với phương truyền sóng.

Khái niệm và nguyên lý

Bất kỳ một sóng một chiều nào lan truyền với tốc độ v theo phương x đều có thể được mô tả bằng một hàm sóng có dạng

$$y(x, t) = f(x \pm vt) \tag{16.1}, (16.2)$$

trong đó dấu + áp dụng cho sóng truyền ngược chiều dương của trục x và dấu - áp dụng cho sóng truyền theo chiều dương của trục x. Hình dạng của sóng ở một thời điểm bất kỳ thu được bằng cách cho t bằng hằng số.

Tốc độ truyền sóng trên một sợi dây kéo căng là

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \tag{16.18}$$

với μ là khối lượng trên một đơn vị chiều dài của dây (kg/m) và T là lực căng dây.

Một sóng sẽ phản xạ toàn phần hay một phần khi truyền tới giới hạn của môi trường mà sóng đang truyền hoặc khi truyền tới ranh giới mà ở đó có sự thay đổi đột ngột vận tốc của sóng. Nếu sóng truyền trên dây gặp đầu cố định, sóng sẽ phản xạ và bị đảo ngược. Nếu sóng truyền đến đầu tự do, sóng sẽ phản xạ nhưng không bị đảo ngược.

Công suất truyền bởi một sóng hình sin trên một sợi dây kéo căng là

$$P = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 v \quad (16.15)$$

Hàm sóng là nghiệm của một phương trình vi phân gọi là phương trình truyền sóng tuyến tính:

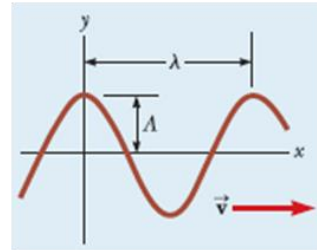
$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (16.21)$$

Mô hình phân tích

Sóng chạy

Tốc độ truyền sóng hình sin

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \quad (16.6), (16.12)$$



Một sóng hình sin có thể được biểu diễn bởi hàm số:

$$y = A \sin(kx - \omega t) \quad (16.10)$$

Bài tập chương 16

- Ở thời điểm $t = 0$, một xung ngang trên một sợi dây được mô tả bởi hàm số

$$y = \frac{6,00}{x^2 + 3,00}$$

trong đó x và y tính bằng mét. Cho biết xung này đang truyền theo chiều dương trục x với tốc độ $4,50$ m/s, hãy viết hàm số $y(x,t)$ mô tả xung này.

ĐS: $y = \frac{6}{[(x-4,50t)^2+3]}$

- Một sóng ngang có khoảng cách giữa hai đỉnh sóng liên tiếp là $1,20$ m và có tám đỉnh sóng đi qua một điểm cho trước trong $12,0$ s. Tính tốc độ truyền sóng của sóng này.

ĐS: $0,800$ m/s

- Cho hàm sóng của một sóng truyền trên một sợi dây được kéo căng như sau:

$$y(x, t) = 0,350 \sin \left(10\pi t - 3\pi x + \frac{\pi}{4} \right)$$

trong đó x và y tính bằng mét, t tính bằng giây.

- (a) Xác định biên độ, tần số của sóng, tốc độ truyền sóng, bước sóng, và chiều truyền sóng.
 (b) Xác định tốc độ cực đại của một phần tử trên dây.
 (c) Tính li độ và tốc độ dao động v của một phần tử trên dây có $x = 0,100$ m ở thời điểm $t = 0$.

ĐS: a. $A = 0,350$ m, $f = 5$ Hz, $3,333$ m/s, $0,667$ m, sóng truyền theo chiều dương trục x .
 b. $11,0$ m/s

4. Một sóng ngang lan truyền trên một sợi dây căng ngang với tần số $5,00$ Hz. Biên độ của sóng là $A = 12,0$ cm và tốc độ truyền sóng là $20,0$ m/s. Cho biết vào lúc $t = 0$, phần tử trên dây ở vị trí $x = 0$ có li độ $y = 0$. Hãy xác định tần số góc và bước sóng của sóng này. Viết biểu thức của hàm sóng. Tính tốc độ cực đại và gia tốc cực đại của một phần tử trên dây.

ĐS: a. $3,14$ rad/s và $4,00$ m b. $y = 0,120\sin(1,57x - 31,4t)$ m
 c. $3,77$ m/s và 118 m/s²

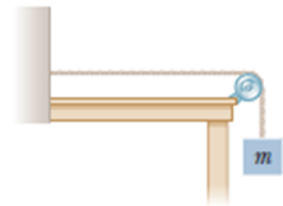
5. Một sóng hình sin trên một sợi dây có chu kỳ $T = 25,0$ ms đang truyền theo chiều âm của trục x với tốc độ $30,0$ m/s. Ở thời điểm $t = 0$, phần tử của dây ở vị trí $x = 0$ có li độ $2,00$ cm. Tìm biên độ và pha ban đầu của sóng. Viết hàm sóng của sóng này.

ĐS: $A = 0,0215$ m; $\phi = 1,95$ rad; $y = 0,0215 \sin(8,38x + 80,0\pi t + 1,95)$ m

6. Một sóng ngang truyền trên một sợi dây căng có biên độ $0,200$ mm và tần số 500 Hz. Sóng truyền với tốc độ 196 m/s. Khối lượng trên một đơn vị chiều dài của dây là $4,10$ g/m. Viết hàm sóng của sóng này dưới dạng $y = A\sin(kx - \omega t)$. Tìm sức căng của dây.

ĐS: $y = 2,00 \times 10^{-4} \sin(16,0x + 80,0\pi t - 3140t)$ m và $T = 158$ N

7. Một sợi dây được kéo căng nhờ vật nặng khối lượng m như hình vẽ. Khi $m = 3,00$ kg thì tốc độ truyền sóng trên dây là $24,0$ m/s. Tính khối lượng trên một đơn vị chiều dài của dây. Khi $m = 2,00$ kg thì tốc độ truyền sóng trên dây bằng bao nhiêu ?



ĐS: $\mu = 0,0510$ kg/m ; $v = 19,6$ m/s

8. Một sợi dây được kéo căng có khối lượng $0,180$ kg và chiều dài $3,60$ m. Cần cung cấp một công suất bằng bao nhiêu cho sợi dây để tạo ra một sóng hình sin trên dây có biên độ $0,100$ m và bước sóng $0,500$ m truyền trên dây với tốc độ $30,0$ m/s.

ĐS: $1,07$ kW

9. Hàm sóng của một sóng truyền trên một sợi dây kéo căng là

$$y = 0,350 \sin \left(10\pi t - 3\pi x + \frac{\pi}{4} \right)$$

trong đó x và y tính bằng mét, t tính bằng giây. Cho biết khối lượng trên một đơn vị chiều dài của dây là $75,0$ g/m. Hỏi năng lượng được truyền trên dây với tốc độ trung bình bằng

bao nhiêu ? Tính năng lượng truyền qua một điểm cho trước trên dây trong mỗi chu kỳ của sóng.

ĐS: 15,1 W và 3,02 J

10. Hãy chứng tỏ rằng các hàm sóng sau là nghiệm của phương trình truyền sóng tuyến tính

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

(a) $y = \ln[b(x - vt)]$, trong đó b là hằng số. b. $y = e^{b(x-vt)}$, trong đó b là hằng số.

(b) $y = x^2 + v^2 t^2$ d. $y = \sin(x) \cos(vt)$

11. Một sợi dây cao su được treo thẳng đứng vào giá cố định. Khi không bị giãn dây có chiều dài L_0 và khối lượng m . Lực căng của dây tuân theo định luật Hooke với hệ số đàn hồi là k . Một vật khối lượng M (rất lớn so với m) được treo vào đầu dưới của dây và đang đứng yên cân bằng. Xác định sức căng của dây, chiều dài của dây và tốc độ truyền sóng trên dây.

ĐS: $T = 2Mg$; $L = L_0 + \frac{2Mg}{k}$ và $v = \sqrt{\frac{2Mg}{m} \left(L_0 + \frac{2Mg}{k} \right)}$