

Chương 15: Dao động



Chuyển động tuần hoàn là một chuyển động lặp đi lặp lại của một vật theo thời gian. Sau một khoảng thời gian nhất định, vật trở về một vị trí cho trước. Một loại chuyển động tuần hoàn đặc biệt xảy ra trong các hệ cơ học được gọi là dao động. Đặc điểm của các hệ thống này là:

- Hệ có một vị trí cân bằng bền và chuyển động qua lại hai bên vị trí đó.
- Lực tác dụng lên hệ luôn hướng về vị trí cân bằng (thường gọi là lực hồi phục).

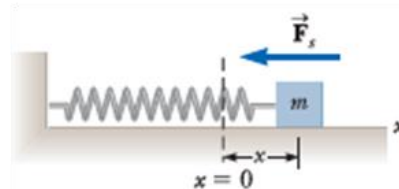
Chúng ta có thể gặp các dao động trong thực tế như: dây đàn ghi ta, mặt trống khi rung động, dao động của cây cầu, của nhà cao tầng.

Nếu trong hệ dao động, lực tác dụng lên vật tỉ lệ thuận với độ dời của vật (so với vị trí cân bằng) thì dao động này được gọi là dao động điều hòa. Đây là loại dao động sẽ được nghiên cứu kỹ trong chương này. Tâm quan trọng của việc nghiên cứu này là ở chỗ: các dao động trong tự nhiên và trong kỹ thuật thường có tính chất rất gần với dao động điều hòa và mọi dao động tuần hoàn có thể được biểu diễn như sự tổng hợp của các dao động điều hòa.

Lý thuyết về dao động là cơ sở quan trọng để nghiên cứu một hiện tượng vật lý khác là hiện tượng sóng.

15.1 Chuyển động của vật gắn với lò xo

Xét một vật nhỏ có khối lượng m (xem như chất điểm) được gắn với một lò xo có một đầu cố định. Vật m có thể chuyển động không ma sát trên mặt phẳng ngang như Hình 15.1. Khi lò xo không co giãn, vật sẽ ở đứng yên ở vị trí gọi là vị trí cân bằng. Khi truyền cho vật một vận tốc từ vị trí cân bằng, vật sẽ dao động xung quanh vị trí này.



Hình 15.1

Chọn trục x dọc theo phương của lò xo, gốc O tại vị trí cân bằng. Khi vật ở vị trí có tọa độ x thì lực đàn hồi do lò xo tác dụng lên vật được xác định theo định luật Hooke:

$$F_s = -k \cdot x \quad (15.1)$$

Lực F_s luôn hướng về vị trí cân bằng và luôn ngược dấu với tọa độ x . x được gọi là độ dời của vật (tính từ vị trí cân bằng, dưới đây gọi là li độ).

Áp dụng định luật Newton thứ hai cho vật, ta tìm được gia tốc của vật như sau:

$$\begin{aligned} F_x = ma_x &\quad \rightarrow \quad -kx = ma_x \\ a_x &= -\frac{k}{m}x \end{aligned} \quad (15.2)$$

Từ 15.2 ta thấy gia tốc của vật tỉ lệ thuận với độ dời và ngược dấu với độ dời của vật. Những hệ thống hoạt động theo quy luật này sẽ thực hiện một dao động điều hòa.

Một vật thực hiện dao động điều hòa khi gia tốc của vật tỉ lệ thuận với độ dời và ngược dấu với độ dời của vật.

15.2 Khảo sát dao động cơ điều hòa

Thay $a_x = dv/dt = d^2x/dt^2$ vào 15.2 ta được phương trình:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \quad (15.3)$$

Đặt

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad (15.4)$$

thì phương trình 15.3 trở thành:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2x \quad (15.5)$$

Nghiệm của phương trình 15.5 là:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi) \quad (15.6)$$

Trong đó A là biên độ dao động, ω là tần số góc và ϕ là pha ban đầu. A , ω và ϕ đều là các hằng số. Biên độ A và pha ban đầu ϕ được xác định từ các điều kiện ban đầu (độ dời và vận tốc lúc $t = 0$).

Đại lượng $(\omega t + \phi)$ gọi là pha của dao động.

Từ 15.4 ta có biểu thức xác định tần số góc dao động:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (15.7)$$

Hai đại lượng quan trọng đặc trưng cho dao động là chu kỳ và tần số dao động. Chu kỳ T của dao động là khoảng thời gian vật hoàn thành một dao động. Dựa vào tính chất tuần hoàn của hàm số $x(t)$ cho bởi phương trình 15.6, ta tìm được:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (15.8)$$

Tần số f của dao động là số dao động diễn ra trong một đơn vị thời gian:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (15.9)$$

Từ 15.6 chúng ta suy ra biểu thức của vận tốc và gia tốc như sau:

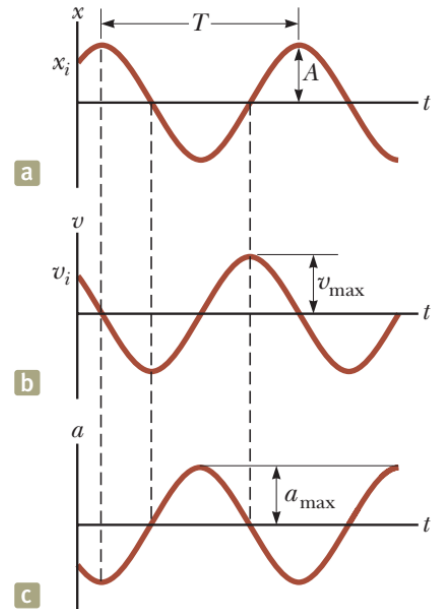
$$v(t) = -A\omega \sin(\omega t + \phi) \quad (15.10)$$

$$a(t) = -A\omega^2 \cos(\omega t + \phi) \quad (15.11)$$

Các phương trình 15.6, 15.10 và 15.11 cho thấy: li độ x và vận tốc v lệch pha một góc $\pi/2$ còn li độ x và gia tốc a lệch pha một góc bằng π . Ngoài ra các giá trị cực đại của vận tốc và gia tốc được suy ra từ các phương trình 15.10 và 15.11 là

$$v_{max} = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m}} A \quad (15.12)$$

$$a_{max} = \omega^2 A = \frac{k}{m} A \quad (15.13)$$

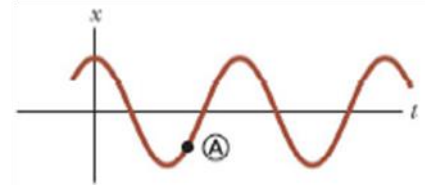


Hình 15.2 Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc theo thời gian của: a. Li độ b. Vận tốc c. Gia tốc

Câu hỏi 15.1: Một vật gắn với lò xo được kéo đến vị trí $x = A$ và được thả ra từ trạng thái nghỉ. Trong một dao động hoàn chỉnh, chiều dài quãng đường vật đi được bằng: (a) $A/2$ (b) A (c) $2A$ (d) $4A$

Câu hỏi 15.2: Một hạt dao động điều hòa có đồ thị li độ theo thời gian được cho như hình vẽ. Khi hạt ở điểm A trên đồ thị, Chúng ta có thể nói gì về li độ và vận tốc của hạt ?

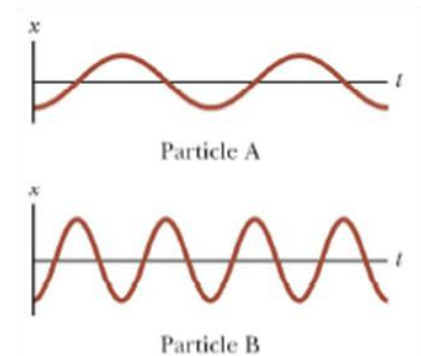
- (a) Li độ và vận tốc của hạt đều dương.
- (b) Li độ của hạt âm, vận tốc của hạt bằng không.
- (c) Li độ và vận tốc của hạt đều âm.
- (d) Li độ của hạt âm, vận tốc của hạt dương.



Hình vẽ cho câu hỏi 15.2

Câu hỏi 15.3: Hình bên là đồ thị của li độ theo thời gian của hai hạt A và B dao động điều hòa. Dao động điều hòa của B

- (a) có tần số góc lớn hơn và biên độ lớn hơn của A.
- (b) có tần số góc lớn hơn và biên độ nhỏ hơn của A.
- (c) có tần số góc nhỏ hơn và biên độ lớn hơn của A.
- (d) có tần số góc nhỏ hơn và biên độ nhỏ hơn của A.



Hình vẽ cho câu hỏi 15.3

Câu hỏi 15.4: Một vật khối lượng m treo vào một lò xo rồi cho dao động. Chu kỳ của dao động này là T . Thay vật m bằng vật có khối lượng $2m$. Cho vật $2m$ dao động thì chu kỳ của dao động bằng:

- (a) $2T$ (b) $\sqrt{2}T$ (c) T (d) $T/\sqrt{2}$

15.3 Năng lượng của vật dao động điều hòa

Trong nội dung này chúng ta sẽ xem xét cơ năng của hệ dao động. Vì bỏ qua tác dụng của lực ma sát nên cơ năng của hệ được bảo toàn. Chúng ta sẽ sử dụng hệ dao động con lắc lò xo để thực hiện việc khảo sát này.

Động năng của hệ dao động chỉ là động năng của vật và bằng:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \phi) \quad (15.14)$$

Thế năng đàn hồi dự trữ ở lò xo và bằng (Lưu ý rằng $k = m\omega^2$):

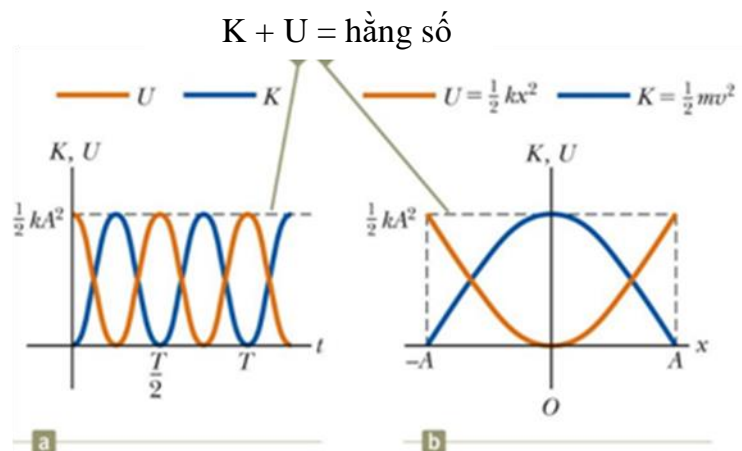
$$U = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \phi) \quad (15.15)$$

Cơ năng của hệ dao động điều hòa bằng:

$$E = K + U = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 [\sin^2(\omega t + \phi) + \cos^2(\omega t + \phi)]$$

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} k A^2 \quad (15.16)$$

Kết quả thu được cho chúng ta thấy cơ năng của hệ dao động điều hòa là một hằng số và tỉ lệ thuận với bình phương biên độ dao động. Đồ thị ở hình 15.3 minh họa sự bảo toàn năng lượng của hệ.



Hình 15.3: a. Đồ thị biểu diễn biến đổi sự phụ thuộc của động năng và thế năng theo thời gian với $\phi = 0$. b. Đồ thị biểu diễn biến đổi sự phụ thuộc của động năng và thế năng theo li độ.

Ngoài ra, từ kết quả thu được cho năng lượng, ta có thể suy ra vận tốc của vật:

$$E = K + U = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A^2$$

$$v = \pm \sqrt{\frac{k}{m} (A^2 - x^2)} = \pm \omega \sqrt{(A^2 - x^2)} \quad (15.17)$$

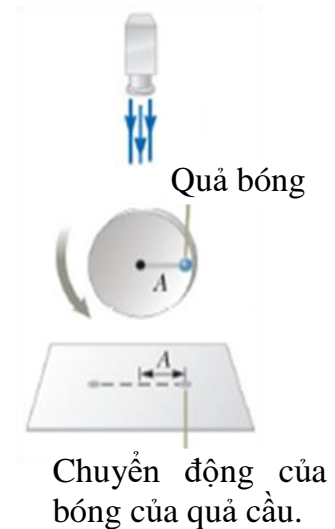
15.4 Liên hệ giữa dao động điều hòa và chuyển động tròn đều

Trong thực tế cuộc sống, có nhiều thiết bị thể hiện mối liên hệ giữa dao động điều hòa và chuyển động tròn đều. Ví dụ, bộ phận truyền động của máy may cơ như hình 15.4 dưới đây. Khi chân của thợ may đạp tới lui vào bàn đạp tạo ra những dao động lên xuống chogờ bàn đạp và kéo theo chuyển động tròn của bánh xe truyền động. Chuyển động tròn này được truyền vào máy may nhờ sợi dây truyền động và dẫn đến kết quả là kim khâu dao động thẳng đứng. Trong phần này chúng ta sẽ tìm hiểu mối quan hệ giữa hai loại chuyển động này.



Hình 15.4

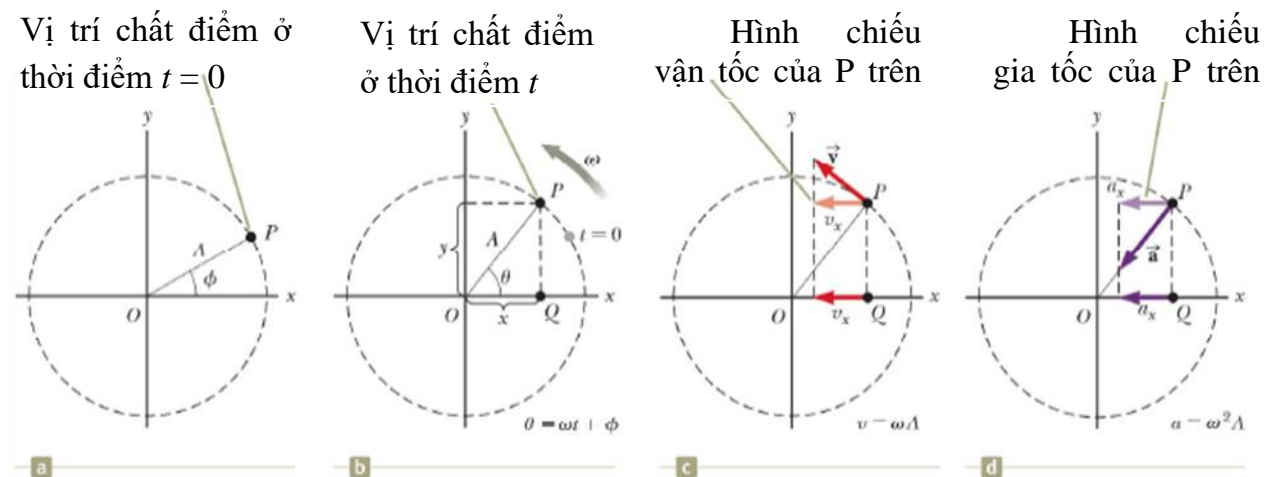
Hình 15.5 là một bố trí thực nghiệm để chỉ ra mối liên hệ giữa chuyển động tròn đều và dao động cơ điều hòa. Một quả cầu nhỏ (được xem như một chất điểm) gắn vào vành của đĩa tròn bán kính A để chuyển động cùng với đĩa khi đĩa quay. Cho đĩa tròn quay đều. Chiếu đèn vào quả cầu, ta sẽ thấy cái bóng của quả cầu thực hiện một dao động trên màn.



Hình 15.5

Cụ thể hơn, hãy quan sát hình 15.6 trong đó chất điểm chuyển động tròn đều với tốc độ góc ω trên đường tròn tâm O bán kính A . Ở thời điểm $t = 0$ chất điểm ở vị trí P trên đường tròn có bán kính OP tạo với trục x một góc ϕ (Hình 15.6a). Ở thời điểm t , vị trí P của chất điểm trên đường tròn có bán kính OP tạo với trục x một góc $\theta = (\omega t + \phi)$ (Hình 15.6b). Gọi Q là hình chiếu của P lên trục x , thì tọa độ của Q được xác định như sau:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi) \quad (15.18)$$



Hình 15.6

Kết quả này chứng tỏ chứng tỏ Q dao động điều hòa trên trục x quanh vị trí cân bằng O với biên độ là A (A là bán kính quỹ đạo tròn của P). Chúng ta cũng thấy rằng tốc độ góc ω của P bằng với tần số góc của Q, chu kỳ chuyển động tròn của P bằng với chu kỳ dao động của Q và pha ban đầu ϕ của Q bằng góc mà OP hợp với trục x ở thời điểm $t = 0$.

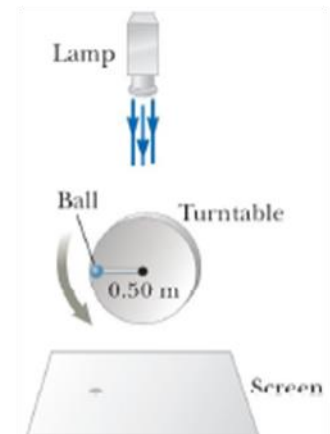
Ngoài ra, hình chiếu vận tốc và gia tốc của P trên trục x

$$v_x = -A\omega \sin(\omega t + \phi) \text{ và } a_x = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi)$$

trùng khớp với vận tốc và gia tốc trong dao động điều hòa của Q.

Câu hỏi 15.5: Hình vẽ trình bày vị trí của một quả cầu chuyển động tròn đều ở thời điểm $t = 0$. Một chùm sáng chiếu từ trên xuống và tạo ra bóng của quả cầu nhỏ trên màn. Chọn trục Ox hướng về bên phải. Biên độ và pha ban đầu của dao động điều hòa của bóng quả cầu trên màn là:

- (a) 0,50 m và 0 (b) 1,0 m và 0
- (c) 0,50 m và π (d) 1,00 m và π



Hình vẽ cho câu hỏi 15.5

15.5 Con lắc

15.5.1 Con lắc đơn

Con lắc đơn là một cơ hệ khác thực hiện chuyển động tuần hoàn. Con lắc đơn gồm một vật nặng nhỏ (xem là một hạt) với khối lượng m được treo vào đầu một sợi dây nhẹ chiều dài L có đầu trên cố định. Chúng ta cho vật dao động bằng cách kéo vật đến vị trí mà dây treo có góc lệch so với phương thẳng đứng là rất nhỏ (nhỏ hơn 10^0) rồi thả ra. Nhờ tác dụng của trọng lực, vật nặng dao động trong mặt phẳng thẳng đứng.

Xét vật ở vị trí xác định bởi góc θ (độ dời góc so với phương thẳng đứng). Hình vẽ 15.7 cho thấy chính thành phần tiếp tuyến của trọng lực có tác dụng như lực hồi phục làm cho vật dao động. Áp dụng định luật Newton thứ hai đối với phương tiếp tuyến:

$$F_t = ma_t \quad \rightarrow \quad -mg \sin \theta = m \frac{d^2 s}{dt^2}$$

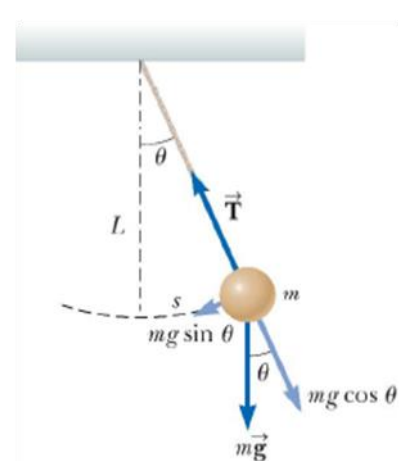
Thay $s = L\theta$ và đồng thời θ rất nhỏ nên $\sin \theta \approx \theta$. Phương trình trên trở thành:

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} \theta \tag{15.19}$$

Phương trình 15.19 chứng tỏ vật nặng dao động điều hòa theo quy luật:

$$\theta = \theta_{\max} \cos(\omega t + \phi)$$

trong đó θ_{\max} là độ dời góc cực đại (biên độ góc), và tần số góc ω xác định bởi



Hình 15.7: Con lắc đơn

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \tag{15.20}$$

Chu kỳ của dao động này là

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}} \tag{15.21}$$

Chu kỳ của con lắc đơn theo 15.21 phụ thuộc vào gia tốc rơi tự do g nên có thể sử dụng con lắc để đo chính xác gia tốc g . Sự thay đổi của g sẽ cung cấp cho chúng ta thông tin quan trọng về vị trí của các mỏ dầu hoặc các tài nguyên có giá trị dưới lòng đất.

Câu hỏi 15.6: Một đồng hồ quả lắc đang chạy đúng. Nếu quả nặng bị trượt xuống trên thanh treo thì đồng hồ bây giờ sẽ chạy:

(a) chậm hơn (b) nhanh hơn (c) đúng như trước

Nếu đồng hồ được điều chỉnh đúng ở độ cao ngang mực nước biển thì khi mang lên một ngọn núi khá cao, đồng hồ sẽ chạy:

(a) chậm hơn (b) nhanh hơn (c) đúng như trước

15.5.2 Con lắc vật lý

Con lắc vật lý là một vật rắn thực hiện dao động quanh một trục quay cố định không qua khối tâm của vật như Hình 15.8. Trọng lực tạo ra một moment lực đối với trục quay qua O với độ lớn bằng $mgd \sin \theta$, trong đó d là khoảng cách từ khối tâm của vật đến trục quay. Áp dụng định luật Newton thứ hai đối với chuyển động quay chúng ta được phương trình:

$$-mgd \sin \theta = I \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$

Nếu góc θ rất bé (nhỏ hơn 10^0) thì phương trình trên trở thành:

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} = -\frac{mgd}{I} \theta = -\omega^2 \theta \tag{15.22}$$

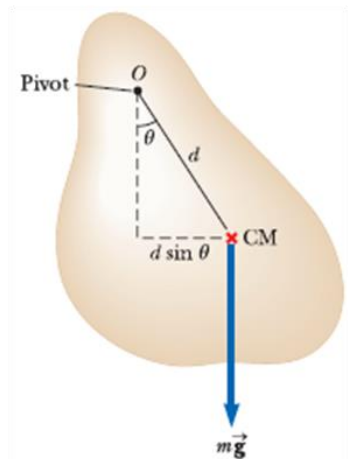
trong đó :

$$\omega^2 = \frac{mgd}{I}$$

Phương trình trên chứng tỏ con lắc dao động điều hòa với tần số góc:

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$$

và chu kỳ:



Hình 15.8

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}} \tag{15.23}$$

15.5.3 Con lắc xoắn

Xét một vật rắn được treo bằng một sợi dây có đầu trên buộc vào giá cố định. Khi quay vật để dây bị xoắn một góc θ , sợi dây sẽ tác dụng vào vật một moment hồi phục, moment này tỉ lệ với toạ độ góc của vật theo công thức: $\tau = -\kappa\theta$, trong đó κ là hằng số xoắn của dây treo. Áp dụng định luật Newton thứ hai cho chuyển động quay của vật, ta được:

$$\begin{aligned} \tau = I\alpha &\quad \rightarrow \quad -\kappa\theta = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \\ \frac{d^2\theta}{dt^2} &= -\frac{\kappa}{I} \theta = -\omega^2\theta \end{aligned} \tag{15.24}$$

Phương trình trên chứng tỏ con lắc dao động điều hòa với tần số góc:

$$\omega = \sqrt{\frac{\kappa}{I}}$$

và chu kỳ:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\kappa}} \tag{15.25}$$

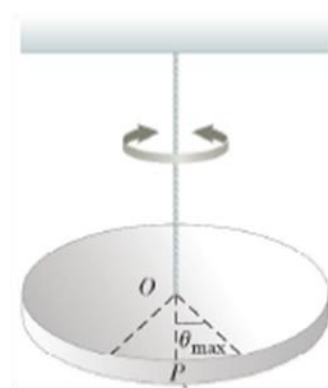
Các kết quả trên không cần điều kiện góc θ phải nhỏ mà chỉ cần góc θ không được vượt quá giới hạn đàn hồi của dây.

15.6 Dao động tắt dần

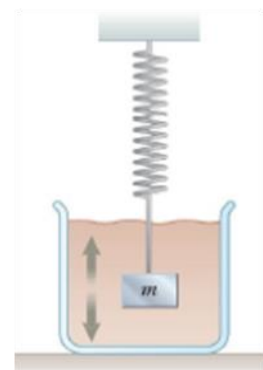
Trong thực tế, ta không thể bỏ qua tác dụng của các lực không bảo toàn như lực ma sát hoặc lực cản môi trường khi khảo sát dao động của một hệ. Cơ năng của các hệ này giảm dần theo thời gian (biên độ dao động cũng giảm dần theo thời gian) vì một phần cơ năng chuyển thành nội năng của vật dao động và của môi trường gây ra lực cản. Dao động của hệ lúc này được gọi là dao động tắt dần. Một trường hợp khá phổ biến cho loại dao động này là hệ dao động chịu tác dụng của lực cản của môi trường (gọi là lực nhớt) như dao động của vật ở hình vẽ 15.10, hay dao động của con lắc đơn trong không khí. Khi vận tốc của vật đối với môi trường là nhỏ thì lực nhớt thỏa công thức:

$$\vec{R} = -b \vec{v}$$

với b là hệ số cản, \vec{v} là vận tốc của vật.



Hình 15.9: Con lắc xoắn



Hình 15.10: Vật gắn với lò xo dao động trong chất lỏng nhớt

Áp dụng định luật Newton thứ hai cho vật dao động trong hình 15.10:

$$F_x = -kx - bv_x = ma_x$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0 \tag{15.26}$$

Đặt $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ là tần số góc của dao động điều hòa (lúc không có lực nhớt) – hay tần số riêng của hệ. Khi hệ số cản b nhỏ để $\frac{2b}{m} < \omega_0$ thì phương trình 15.26 cho nghiệm như sau:

$$x = Ae^{-\left(\frac{b}{2m}\right)t} \cos(\omega t + \phi) \tag{15.27}$$

Trong đó tần số góc ω của dao động là:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} \tag{15.28}$$

Chuyển động của vật khi hệ số b thỏa điều kiện $\frac{2b}{m} < \omega_0$ là như sau: vật thực hiện dao động quanh vị trí cân bằng với tần số góc xác định theo 15.28 nhưng biên độ dao động giảm dần theo hàm số mũ của thời gian (Hình 15.11). Dao động của vật lúc này được gọi là dao động tắt dần.

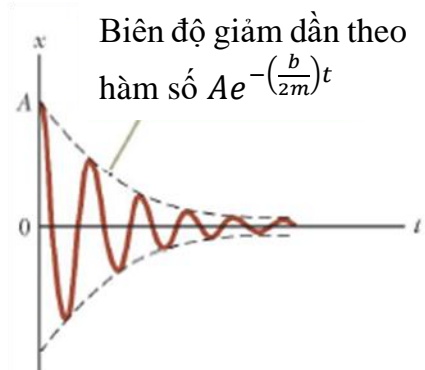
Trong trường hợp hệ số b thỏa điều kiện $\frac{2b}{m} \geq \omega_0$ thì hệ không dao động. Sau khi được thả ra từ một vị trí cho trước thì vật chỉ chuyển động để trở về vị trí cân bằng mà không thể qua khỏi vị trí này.

Hình 15.12 là đồ thị của độ dời theo thời gian trong các trường hợp:

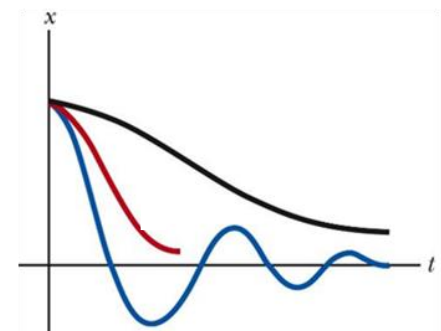
- a. hệ dao động tắt dần ($\frac{2b}{m} < \omega_0$)
- b. hệ không dao động ($\frac{2b}{m} = \omega_0$)
- c. hệ không dao động ($\frac{2b}{m} > \omega_0$)

15.7 Dao động cưỡng bức

Chúng ta đã thấy cơ năng của một hệ dao động tắt dần giảm dần theo thời gian do tác dụng của lực cản một trường. Chúng ta có thể bù lại lượng năng lượng bị mất của hệ nhằm duy trì dao động của hệ bằng cách tác dụng một ngoại lực tuần hoàn vào vật để lực này thực hiện công dương lên hệ. Lực này phải biến thiên tuần hoàn theo thời gian. Dao động mà hệ



Hình 15.11: Đồ thị của độ dời theo thời gian của dao động tắt dần



Hình 15.12

thực hiện dưới tác dụng của ngoại lực biến thiên tuần hoàn theo thời gian gọi là dao động cưỡng bức. Xét trường hợp ngoại lực tuần hoàn là hàm số sin của thời gian:

$$F(t) = F_0 \sin \omega t$$

với F_0 là biên độ và ω là tần số góc của lực cưỡng bức.

Áp dụng định luật Newton thứ hai cho vật:

$$F_x = ma_x \rightarrow F_0 \sin \omega t - b \frac{dx}{dt} - kx = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

hay

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = F_0 \sin \omega t \tag{15.29}$$

Nghiệm của phương trình 15.29 (sau một khoảng thời gian đủ lớn) là:

$$x = A \cos(\omega t + \phi) \tag{15.30}$$

trong đó

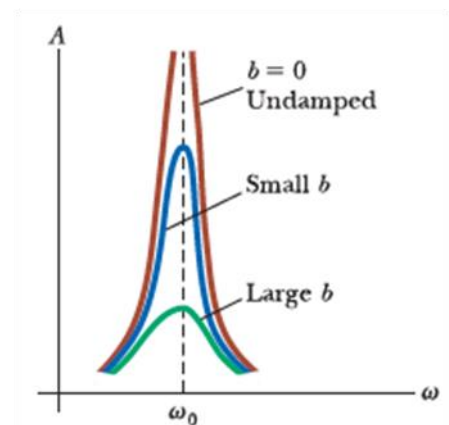
$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \left(\frac{b\omega}{m}\right)^2}} \tag{15.31}$$

Phương trình 15.30 chứng tỏ hệ thực hiện một dao động điều hòa với biên độ không đổi và có tần số bằng tần số của ngoại lực.

Hiện tượng cộng hưởng

Trong trường hợp lực cản môi trường khá nhỏ thì biên độ dao động cưỡng bức A đạt giá trị cực đại khi $\omega = \omega_0$. Lúc này ta nói trong hệ xảy ra hiện tượng cộng hưởng và tần số ω_0 gọi là tần số cộng hưởng. Khi có cộng hưởng, ngoại lực cùng pha với vận tốc và công suất truyền cho vật dao động là cực đại.

Đồ thị ở Hình 15.13 chỉ ra sự phụ thuộc của biên độ dao động cưỡng bức theo tần số của lực cưỡng bức tương ứng với các điều kiện khác nhau của b .



Hình 15.13: Đồ thị của biên độ theo tần số của lực cưỡng bức

Tóm tắt chương 15

Khái niệm và nguyên lý

Động năng và thế năng của một vật dao động (có khối lượng m) gắn vào một đầu lò xo (có độ cứng k) thay đổi theo thời gian:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \phi) \tag{15.14}$$

$$U = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \phi) \tag{15.15}$$

Năng lượng của một dao động điều hòa là một hằng số

$$E = \frac{1}{2} kA^2 \tag{15.16}$$

Một con lắc đơn có chiều dài L thực hiện một dao động điều hòa nếu độ dời góc từ vị trí cân bằng là nhỏ. Chu kỳ của dao động điều hòa này là:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \tag{15.21}$$

Một con lắc vật lý thực hiện một dao động điều hòa nếu độ dời góc từ vị trí cân bằng là nhỏ. Chu kỳ của dao động điều hòa này là

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}} \tag{15.23}$$

trong đó I là moment quán tính của vật đối với trục quay và d là khoảng cách từ khối tâm của vật đến trục quay.

Nếu một vật dao động chịu tác dụng của lực cản $\vec{R} = -b\vec{v}$ và b khá nhỏ thì độ dời của vật được mô tả bởi hàm số

$$x = Ae^{-\left(\frac{b}{2m}\right)t} \cos(\omega t + \phi) \tag{15.27}$$

trong đó

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} \tag{15.28}$$

Nếu một vật dao động chịu tác dụng của lực cưỡng bức được mô tả bởi hàm số $F(t) = F_0 \sin \omega t$ thì hiện tượng cộng hưởng sẽ xảy ra (lúc này biên độ dao động đạt giá trị lớn nhất) khi tần số của lực cưỡng bức ω bằng với tần số dao động tự do $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ của vật.

Mô hình phân tích

Hạt trong dao động điều hòa

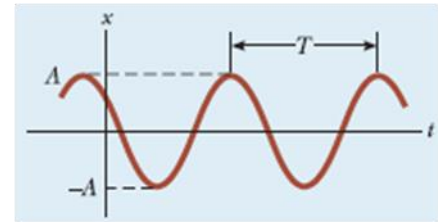
Nếu một hạt chịu tác dụng của một lực có dạng giống như dạng của lực đàn hồi theo định luật Hooke $F = -kx$ thì hạt sẽ dao động điều hòa. Vị trí của hạt được mô tả bởi hàm số

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi) \quad (15.6)$$

trong đó A là biên độ của dao động, ω là tần số góc và ϕ là pha ban đầu. Giá trị của ϕ phụ thuộc vào độ dời ban đầu và vận tốc ban đầu của hạt.

Chu kỳ dao động của hạt là

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (15.8)$$



Bài tập chương 15

- Một hạt dao động điều hòa trên trục Ox quanh vị trí cân bằng O . Ở thời điểm ban đầu ($t = 0$) hạt có li độ $0,270$ m, vận tốc $0,140$ m/s và gia tốc $-0,320$ m/s². Hãy xác định li độ và vận tốc của hạt sau khoảng thời gian $4,50$ s kể từ lúc ban đầu.

ĐS: $x = -0,076$ m và $v = 0,315$ m/s.

- Một hạt dao động điều hòa trên trục Ox quanh vị trí cân bằng O với biên độ $2,00$ cm và tần số $1,50$ Hz. Chọn $t = 0$ là lúc hạt qua gốc O theo chiều dương.

- Tìm phương trình dao động điều hòa của hạt.
- Xác định tốc độ cực đại của hạt và khoảng thời gian nhỏ nhất để hạt lập lại được tốc độ này.
- Xác định gia tốc cực đại của hạt và khoảng thời gian nhỏ nhất để hạt lập lại được gia tốc này.
- Tìm quãng đường hạt đi được từ lúc $t = 0$ đến thời điểm $t = 1,00$ s.

ĐS: a. $x = 2,00\cos(3\pi t - \pi/2)$ cm b. $18,8$ cm/s và $(1/3)$ s c. 178 cm/s² và $1/3$ s d. 12 cm

- Một vật khối lượng $0,500$ kg được gắn vào lò xo có độ cứng $8,00$ N/m. Cho vật dao động điều hòa với biên độ $10,0$ cm. Hãy tính:

- Vận tốc và gia tốc của vật khi vật ở vị trí cách vị trí cân bằng $6,00$ cm.
- Khoảng thời gian vật đi từ vị trí $x = 0$ đến vị trí $x = 8$ cm.

ĐS: a. $32,0$ cm/s và $-96,0$ cm/s² b. $0,232$ s

4. Một vật khối lượng 200 g được gắn vào một lò xo nằm ngang thực hiện dao động điều hòa với chu kỳ 0,250 s. Tổng năng lượng của hệ là 2,00 J. Tìm độ cứng của lò xo và biên độ dao động của vật.

ĐS: 126 N/m và 0,178 m

5. Một vật khối lượng 2,00 kg được gắn vào một lò xo đặt trên mặt phẳng nằm ngang không có ma sát. Một lực 20,0 N tác dụng lên vật theo phương ngang và giữ vật đứng yên tại vị trí cách vị trí cân bằng O 0,20 m. Từ vị trí này vật được thả cho chuyển động để thực hiện dao động điều hòa. Tìm:

(a) Độ cứng của lò xo, tần số dao động và tốc độ cực đại của vật.

(b) Năng lượng của hệ dao động này.

(c) Tốc độ và gia tốc của vật khi vật ở vị trí có li độ bằng $A/3$.

ĐS: a. $k = 100$ N/m; $f = 1,13$ Hz và $v_{max} = 1,41$ m/s

b. 2,00 J c. 1,33 m/s và $3,33$ m/s²

6. Một vật dao động điều hòa với biên độ A có tổng năng lượng là E . a. Xác định thế năng và động năng của vật khi vật vị trí có li độ bằng $A/3$. b. Ở vị trí nào của vật thì động năng có giá trị bằng một nửa của thế năng.

ĐS: a. $8E/9$ và $1E/9$ b. $x = \pm \sqrt{2/3} A$

7. Một con lắc đơn đếm giây là con lắc đơn mà nó đi qua vị trí cân bằng cứ sau một giây (chu kỳ con lắc bằng 2 s). Chiều dài của con lắc này là 0,9927 m ở Tokyo, Japan, và là 0,9942 m ở Cambridge, England. Tìm tỉ số gia tốc rơi tự do ở hai nơi trên.

ĐS: 1,0015

8. Một vật nhỏ khối lượng m trượt không ma sát ở mặt trong của một vật hình bán cầu với bán kính R . Hãy chứng tỏ rằng nếu vật được thả cho chuyển động từ trạng thái nghỉ với độ dời rất nhỏ từ vị trí cân bằng thì vật sẽ dao động điều hòa với tần số góc bằng tần số góc của một con lắc đơn có chiều dài R .

9. Một con lắc đơn có chiều dài 1,00 m được thả cho dao động tự vị trí có góc lệch là $15,0^\circ$. Do ma sát nên sau 1,000 s, biên độ của con lắc giảm còn $5,50^\circ$. Hãy tính tỉ số $b/2m$.

ĐS: $1,00 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$

10. Một vật khối lượng 10,6 kg được gắn vào đầu dưới của một lò xo treo thẳng đứng có độ cứng. Cho vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trong không khí. Cho biết hệ số cản của không khí là $b = 3,00$ N.s/m. Hãy tính tần số của dao động tắt dần này. Biên độ dao động giảm đi bao nhiêu phần trăm sau mỗi chu kỳ. Tìm khoảng thời gian để năng lượng của hệ giảm còn 5,00% năng lượng ban đầu.

ĐS: a. 7 Hz b. 2,00 % c. 10,6 s

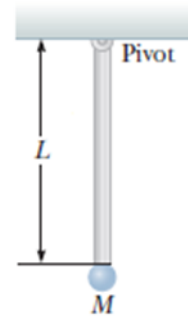
11. Một vật khối lượng 2,00 kg được gắn vào một lò xo có thể chuyển động không ma sát. Tác dụng lên vật một ngoại lực có biểu thức $F = 3,00 \sin(2\pi t)$, trong đó F tính bằng

Newton (N) và tính bằng giây. Độ cứng của lò xo là 20,0 N/m. Tìm tần số góc dao động cộng hưởng của hệ, tần số góc dao động của hệ, và biên độ của dao động.

ĐS: a. 3,16 s⁻¹ b. 6,28 s⁻¹ c. 5,09 cm

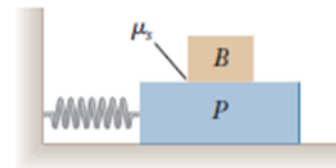
12. Một thanh đồng nhất khối lượng M và chiều dài L có thể quay quanh trục nằm ngang qua một đầu như hình vẽ. Một quả cầu nhỏ khối lượng M được gắn vào đầu dưới của thanh. Cho thanh dao động nhỏ quanh vị trí cân bằng. Tính chu kỳ dao động của hệ.

ĐS: $T = \frac{4\pi}{3} \sqrt{\frac{2L}{g}}$



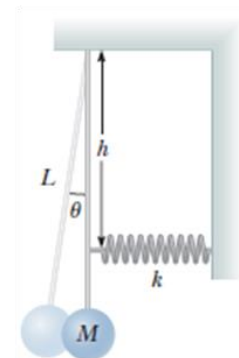
13. Vật P được gắn với một lò xo nhẹ trên mặt phẳng nằm ngang không ma sát như hình vẽ. Đặt vật B lên trên vật P. Hệ số ma sát nghỉ giữa hai vật là $\mu_s = 0,600$. Cho cả hai vật dao động điều hòa với tần số $f = 1,50 \text{ Hz}$. Tìm biên độ dao động lớn nhất của hệ để vật B không bị trượt trên vật P.

ĐS: 6,62 cm



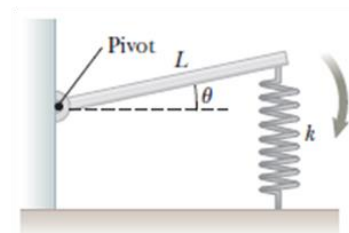
14. Một con lắc gồm một thanh thẳng chiều dài L có thể quay quanh trục nằm ngang qua đầu trên của thanh, một quả cầu nhỏ khối lượng M gắn ở đầu dưới của thanh, một lò xo độ cứng k được nối với thanh tại điểm cách trục quay một đoạn h như hình vẽ. Bỏ qua khối lượng của thanh. Cho hệ dao động với biên độ nhỏ (góc θ nhỏ). Tìm tần số dao động của hệ.

ĐS: $f = \frac{1}{2\pi L} \sqrt{gL + \frac{kh^2}{M}}$



15. Một thanh thẳng khối lượng m và chiều dài L có thể quay quanh trục qua một đầu của thanh như hình vẽ. Đầu kia của thanh được nâng bởi một lò xo có độ cứng k sao cho khi cân bằng thanh có phương nằm ngang. Thanh được kéo ra khỏi vị trí cân bằng một góc θ nhỏ rồi thả ra cho dao động. Tìm tần số góc dao động điều hòa của thanh.

ĐS: $\omega = \sqrt{\frac{3k}{m}}$



16. Cho một hệ dao động như hình vẽ. Lò xo có độ cứng $k = 100 \text{ N/m}$. Ròng rọc là một đĩa tròn đặc khối lượng M và bán kính $R = 2,00 \text{ cm}$. Vật nặng có khối lượng $m = 200 \text{ g}$. Vật nặng được kéo xuống một đoạn nhỏ rồi được thả ra cho dao động điều hòa. Lập biểu thức của tần số góc dao động của hệ theo khối lượng M . Tìm giá trị lớn nhất của tần số góc này.

ĐS: a. $\omega = \sqrt{\frac{2k}{2m+M}}$ b. 22,4 rad/s

