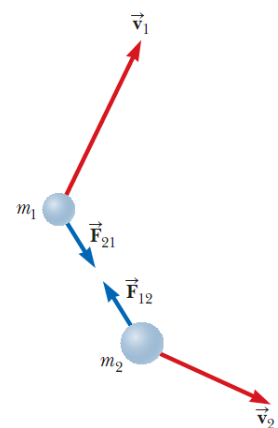
Chương 9: Động lượng và va chạm

Khi giải quyết một bài toán cơ học ta có thể sử dụng nhiều phương pháp khác nhau. Đối với một số bài toán nếu ta dùng phương pháp này thì sẽ phức tạp nhưng nếu ta dùng phương pháp khác thì lại trở nên dễ dàng hơn. Ví dụ trường hợp người đàn ông đứng trên băng bắn cung tên hoặc tình huống các viên bi-da va chạm với nhau. Giả sử xét một tình huống đơn giản là cho biết vận tốc của mũi tên ngay sau khi được bắn ra và yêu cầu tính vận tốc của người bắn cung ngay khi đó. Ta không thể giải bài toán này với các mô hình động học (chương 2), động lực học (chương 5), hoặc năng lượng (chương 7). Tuy nhiên, ta có thể giải quyết bài toán này một cách dễ dàng dùng cách tiếp cận liên quan đến động lượng.

Chương này sẽ trình bày các khái niệm động lượng, xung lượng, các định lý liên quan đến động lượng, xung lượng, từ đó đưa ra phương pháp giải các bài toán cơ học liên quan đến động lượng, đặc biệt là các bài toán va chạm.

9.1 Động lượng

Xét hệ cô lập gồm 2 chất điểm có khối lượng m_1, m_2, chuyển động với các vận tốc $\vec{v}_1$ và $\vec{v}_2$ (hình 9.1). Vì hệ cô lập nên lực tác dụng lên chất điểm này là do chất điểm kia gây ra. Nếu chất điểm 1 tác dụng lên chất điểm 2 một lực $\vec{F}_{12}$ thì chất điểm 2 cũng tác dụng lên chất điểm 1 một lực $\vec{F}_{21}$ bằng về độ lớn nhưng ngược chiều. Các lực này tạo thành một cặp lực-phản lực theo định luật 3 Newton, $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$, nên ta có: $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$.



Hình 9.1 Hai chất điểm tương tác với nhau

Theo định luật 2 Newton: lực tác dụng lên mỗi chất điểm bằng $m\vec{a}$ nên:

$$m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 = 0$$

Thay các gia tốc bằng biểu thức định nghĩa của nó theo phương trình 4.5, ta có:

$$m_1\frac{d\vec{v}_1}{dt} + m_2\frac{d\vec{v}_2}{dt} = 0$$

Nếu các khối lượng m_1, m_2 không đổi, ta có thể đưa chúng vào trong dấu đạo hàm:

$$\frac{d(m_1\vec{v}_1)}{dt} + \frac{d(m_2\vec{v}_2)}{dt} = 0$$

$$\frac{d\left(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2\right)}{dt} = 0 \qquad (9.1)$$

Vì đạo hàm của tổng $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$ theo thời gian bằng không, nên tổng này là không đổi. Đại lượng $m\vec{v}$ được gọi là động lượng của một chất điểm, và đối với hệ các chất điểm cô lập, tổng các đại lượng này được bảo toàn.

Định nghĩa động lượng của chất điểm:

Động lượng của một chất điểm có khối lượng m chuyển động với vận tốc $\vec{v}$ được xác định bằng tích của khối lượng và vận tốc của nó:

$$\vec{p} \equiv m\vec{v} \tag{9.2}$$

Động lượng là một đại lượng vectơ, hướng dọc theo $\vec{v}$, thứ nguyên là ML/T, đơn vị trong hệ SI là kg.m/s.

Nếu chất điểm chuyển động theo hướng bất kỳ thì động lượng $\vec{p}$ có 3 thành phần, và phương trình (9.2) viết cho các thành phần là:

$$p_x = mv_x \qquad p_y = mv_y \qquad p_z = mv_z$$

Khái niệm động lượng giúp ta phân biệt một cách định lượng giữa các vật nặng và vật nhẹ chuyển động với cùng vận tốc. Ví dụ động lượng của một quả bóng bowling thì lớn hơn nhiều so với động lượng của một quả bóng tennis chuyển động với cùng vận tốc. Newton đã gọi $m\vec{v}$ là *khối lượng chuyển động*; thuật ngữ này có lẽ sinh động hơn thuật ngữ *động lượng* ta dùng hiện nay.

Phân biệt động năng và động lượng:

Thứ nhất, động năng là đại lượng vô hướng còn động lượng là đại lượng vectơ. Ví dụ xét hai chất điểm có khối lượng bằng nhau chuyển động về phía nhau theo một đường thẳng với cùng tốc độ. Động năng của hệ này khác không, động lượng của hệ này bằng không.

Thứ hai là động năng có thể chuyển hóa thành các dạng năng lượng khác chẳng hạn như thế năng hoặc nội năng, còn động lượng không chuyển đổi được thành năng lượng. Các khác biệt này đủ để tạo ra các mô hình phân tích dựa vào động lượng, tách biệt với các mô hình dựa vào năng lượng, cung cấp một công cụ độc lập để sử dụng trong việc giải quyết các bài toán.

Theo định luật 2 Newton, ta có:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

Giả sử khối lượng m là không đổi, ta có thể đưa khối lượng m vào trong dấu đạo hàm, nên:

$$\sum \vec{F} = \frac{d\left(m\vec{v}\right)}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} \tag{9.3}$$

Phương trình (9.3) là dạng khác của định luật 2 Newton đối với chất điểm. Phương trình này chỉ ra **rằng tốc độ biến thiên theo thời gian của động lượng của chất điểm thì bằng hợp lực tác dụng lên chất điểm**. Dạng này tổng quát hơn dạng đã giới thiệu ở chương 5, và có thể sử dụng để khảo sát các hiện tượng trong đó khối lượng thay đổi, ngoài các trường hợp trong đó vận tốc thay đổi. Ví dụ trường hợp khối lượng của tên lửa thay đổi do nhiên liệu bị đốt và bị phóng ra khỏi tên lửa, ta không thể sử dụng phương trình $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ để phân tích mà phải dùng cách tiếp cận động lượng như sẽ trình bày trong mục 9.9.

Câu hỏi 9.1: Hai vật có động năng bằng nhau. Độ lớn động lượng của chúng so với nhau thế nào? (**a**) $p_1 < p_2$ (**b**) $p_1 = p_2$ (**c**) $p_1 > p_2$ (**d**) không đủ thông tin để phát biểu.

Câu hỏi 9.2: Giáo viên thể dục ném một quả bóng chày về phía bạn với một tốc độ nào đó và bạn bắt lấy nó. Tiếp theo giáo viên sẽ ném một quả bóng tập nặng gấp 10 lần quả bóng chày. Bạn có các lựa chọn sau: Bạn có thể bắt được quả bóng tập được ném với (**a**) cùng tốc độ với quả bóng chày, (**b**) cùng động lượng với quả bóng chày, hoặc (**c**) cùng động năng với quả bóng chày. Hãy sắp xếp các lựa chọn này từ dễ đến khó để bắt.

9.2 Mô hình phân tích: Hệ cô lập (động lượng)

Sử dụng định nghĩa động lượng, biểu thức 9.1 có thể viết là:

$$\frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0$$

Vì đạo hàm của động lượng toàn phần $\vec{p}_{tot} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ bằng không, nên động lượng toàn phần của hệ hai chất điểm cô lập trong hình 9.1 là không đổi:

$$\vec{p}_{tot} = const \tag{9.4}$$

Hay:

$$\Delta \vec{p}_{tot} = 0 \quad 9.5)$$

hoặc viết theo dạng khác là:

$$\vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f}$$

với $\vec{p}_{1i}$, $\vec{p}_{2i}$ là các giá trị đầu và $\vec{p}_{1f}$, $\vec{p}_{2f}$ là các giá trị cuối của động lượng của hai chất điểm.

Phương trình (9.5) chứng tỏ động lượng toàn phần theo các hướng x, y, z đều được bảo toàn một cách độc lập:

$$p_{1ix} + p_{2ix} = p_{1fx} + p_{2fx} \quad p_{1iy} + p_{2iy} = p_{1fy} + p_{2fy} \quad p_{1iz} + p_{2iz} = p_{1fz} + p_{2fz} \tag{9.6}$$

Phương trình (9.5) là dạng toán học của một mô hình phân tích mới, gọi là mô hình **hệ cô lập** (**động lượng**). Mô hình này có thể mở rộng cho hệ cô lập nhiều chất điểm bất kỳ như sẽ trình bày trong mục 9.7.

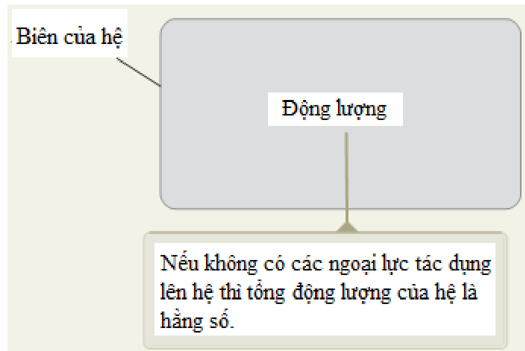
Từ phương trình (9.5) ta có thể phát biểu như sau: *Khi hai hay nhiều chất điểm của một hệ cô lập tương tác với nhau, động lượng toàn phần của hệ luôn không đổi.* Như vậy động lượng toàn phần của hệ cô lập tại các thời điểm bất kì đều bằng động lượng ban đầu của nó.

Mô hình phân tích hệ cô lập không cần xét đến ngoại lực tác dụng lên hệ, cũng như lực đó là lực bảo toàn hay không bảo toàn, lực biến thiên hay không biến thiên theo thời gian. Yêu cầu duy nhất là các lực phải là nội lực của hệ. Điều này cho thấy tầm quan trọng của mô hình mới này.

Mô hình phân tích: Hệ cô lập (động lượng)

Giả sử ta đã xác định được hệ cần phân tích và biên của nó. Nếu không có ngoại lực nào tác dụng lên hệ thì hệ là cô lập. Khi đó động lượng toàn phần của hệ được bảo toàn:

$$\Delta \vec{p}_{tot} = 0 \quad (9.5)$$



Ví dụ:

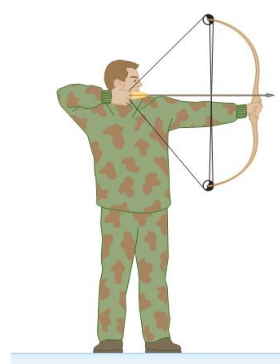
- Viên bi da cái đánh vào các viên bi da khác trên bàn
- Tàu vũ trụ bắn tên lửa ra và chuyển động nhanh hơn trong không gian
- Các phân tử chất khí ở một nhiệt độ xác định chuyển động và va chạm với nhau

Bài tập mẫu 9.1:

Một người bắn cung đứng trên mặt băng không ma sát bắn một mũi tên nặng 0.03 kg theo phương ngang với vận tốc đầu 85 m/s. (A) Hỏi vận tốc của người sau khi mũi tên được bắn ra. (B) Điều gì xảy ra nếu mũi tên được bắn theo hướng hợp với phương nằm ngang một góc θ? Điều này sẽ làm thay đổi vận tốc giật lùi của người bắn cung như thế nào?

Giải:

Phân tích bài toán: Hãy tưởng tượng mũi tên bị bắn đi trên một đường thẳng và người bắn cung thủ chuyển động giật lùi theo hướng ngược lại. Ta không thể giải bài toán này với các mô hình dựa trên chuyển động, lực, hoặc năng lượng. Tuy nhiên, ta có thể giải quyết vấn đề này một cách dễ dàng với cách tiếp cận liên quan đến động lượng. Ta xét hệ gồm có người bắn cung (bao gồm cả cung) và mũi tên. Hệ không cô lập vì có lực hấp dẫn và phản lực pháp tuyến từ băng tác dụng lên hệ. Tuy nhiên, các lực này theo phương thẳng đứng và vuông góc với chiều chuyển động của hệ. Không có ngoại lực tác dụng lên hệ theo phương ngang, và ta có thể áp dụng mô hình hệ cô lập (động lượng) đối với các thành phần động lượng theo hướng này.



Hình 9.2 Bài tập mẫu 9.1 – Người bắn cung

(A) Áp dụng mô hình hệ cô lập (động lượng) theo phương ngang, động lượng theo phương ngang của hệ trước và sau khi bắn đều bằng 0. Ta chọn hướng bắn mũi tên là hướng dương của trục x. Xem người bắn cung là chất điểm 1 và mũi tên là chất điểm 2, theo phương trình 9.5 ta được:

$$\Delta \vec{p}_{tot} = 0 \rightarrow \vec{p}_f - \vec{p}_i = 0 \rightarrow \vec{p}_f = \vec{p}_i \rightarrow m_1\vec{v}_{1f} + m_2\vec{v}_{2f} = 0$$

Theo đề bài ta có m_1 = 60 kg, m_2 = 0,030 kg và $\vec{v}_{2f} = 85\vec{i}$ m/s.

Giải phương trình này và thay số ta được:

$$\vec{v}_{1f} = -\frac{m_2}{m_1}\vec{v}_{2f} = -0,042\vec{i}\ m/s$$

Dấu trừ chỉ ra rằng người bắn cung chuyển động về phía bên trái trên hình 9.2 sau khi bắn mũi tên, phù hợp với định luật 3 Newton. Gia tốc và vận tốc của người bắn cung nhỏ hơn nhiều so với gia tốc và vận tốc của mũi tên vì khối lượng của người bắn cung rất lớn so với mũi tên.

(B) Độ lớn của vận tốc giật lùi sẽ giảm vì chỉ một thành phần của vận tốc mũi tên là theo hướng x. Sự bảo toàn động lượng theo hướng x cho ta:

$m_1v_{1f} + m_2v_{2f}\cos\theta = 0$ dẫn tới $v_{1f} = -\frac{m_2}{m_1}v_{2f}\cos\theta$.

Với các giá trị $\theta \neq 0$ thì v_{1f} nhỏ hơn v_{1f} khi $\theta = 0$ vì $\cos\theta < 1$.

9.3 Mô hình phân tích: Hệ không cô lập (động lượng)

Đối với các khảo sát động lượng, *hệ không cô lập* nếu có lực tác dụng lên hệ. Ta có thể hình dung động lượng được chuyển từ môi trường đến hệ thông qua lực. Việc hiểu được lực là nguyên nhân gây ra sự biến thiên động lượng rất quan trọng khi giải quyết một số loại bài toán.

Giả sử có một hợp lực $\sum\vec{F}$ tác dụng lên chất điểm và hợp lực này có thể biến thiên theo thời gian. Theo định luật 2 Newton:

$$\sum\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

hay

$$d\vec{p} = \sum\vec{F}\,dt \tag{9.7}$$

Ta có thể lấy tích phân biểu thức (9.7) để tìm độ biến thiên động lượng của chất điểm khi có lực tác dụng lên nó trong một khoảng thời gian nào đó. Nếu động lượng của chất điểm thay đổi từ $\vec{p}_i$ tại thời điểm t_i tới $\vec{p}_f$ tại thời điểm t_f, lấy tích phân phương trình 9.7 ta được:

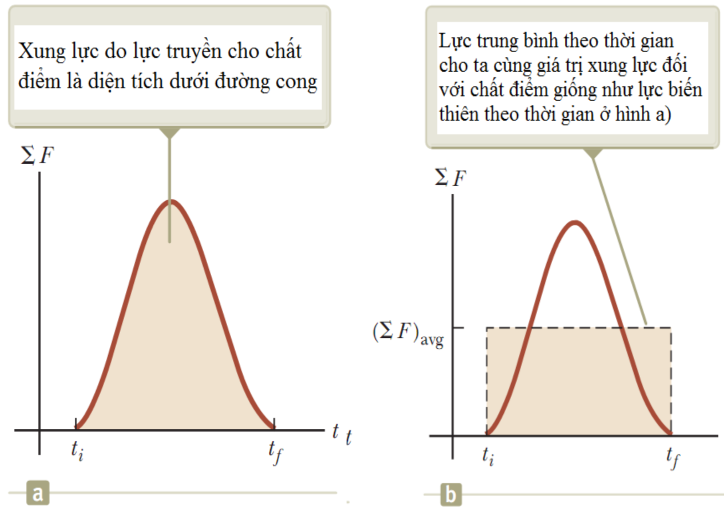
$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \int_{t_i}^{t_f}\sum\vec{F}\,dt \tag{9.8}$$

Để tính tích phân này, ta cần biết hợp lực tác dụng lên chất điểm biến thiên theo thời gian như thế nào. Đại lượng ở vế phải của phương trình (9.8) được gọi là **xung của hợp lực** $\sum\vec{F}$ tác dụng lên chất điểm trong khoảng thời gian $\Delta t = t_f - t_i$, kí hiệu là $\vec{I}$:

$$\vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} \sum \vec{F}\, dt \qquad (9.9)$$

Giả sử lực biến thiên theo thời gian như trên hình 9.3a và khác không trong khoảng thời gian $\Delta t = t_f - t_i$. Vectơ xung lực $\vec{I}$ cùng hướng với vectơ độ biến thiên động lượng $\Delta\vec{p}$. Xung lực có thứ nguyên của động lượng là ML/T. Xung lực không phải là một thuộc tính của chất điểm, mà là số đo mức độ ngoại lực làm thay đổi động lượng của chất điểm.

Do hợp lực truyền xung lực cho chất điểm thường thay đổi theo thời gian, nên để thuận tiện, người ta định nghĩa hợp lực trung bình theo thời gian:



Hình 9.3 (a) Lực tác dụng lên chất điểm biến thiên theo thời gian. (b) Giá trị của lực không đổi (đường nét đứt nằm ngang) được lấy sao cho diện tích của hình chữ nhật bằng diện tích dưới đường cong ở hình (a)

$$\left(\sum \vec{F}\right)_{avg} = \frac{1}{\Delta t}\int_{t_i}^{t_f} \sum \vec{F}\, dt \qquad (9.10)$$

trong đó $\Delta t = t_f - t_i$. (Phương trình 9.11 là một áp dụng của định lý giá trị trung bình trong giải tích.) Do đó có thể biểu diễn phương trình 9.9 như là:

$$\vec{I} = \left(\sum \vec{F}\right)_{avg} \Delta t \qquad (9.11)$$

Lực trung bình này, như chỉ ra trên hình 9.3b, có thể xem là lực không đổi tác dụng lên chất điểm trong khoảng thời gian Δt, có cùng xung lực với xung lực của lực biến thiên theo thời gian tác dụng lên chất điểm trong khoảng thời gian đó.

Nếu $\sum \vec{F}$ là một hàm của thời gian, có thể tính được xung lực từ phương trình 9.9. Việc tính toán trở nên rất đơn giản nếu như lực tác dụng lên chất điểm là không đổi. Trong trường hợp này, $\left(\sum \vec{F}\right)_{avg} = \sum \vec{F}$, trong đó $\sum \vec{F}$ là hợp lực không đổi tác dụng lên chất điểm, và phương trình (9.11) trở thành:

$$\vec{I} = \sum \vec{F}\, \Delta t \qquad (9.12)$$

Kết hợp các phương trình (9.8) và (9.9) ta được **định lý xung lượng-động lượng**:

Độ biến thiên động lượng của một chất điểm thì bằng xung lượng của hợp lực tác dụng lên chất điểm đó:

$$\Delta\vec{p} = \vec{I} \qquad (9.13)$$

Phát biểu này tương đương với định luật 2 Newton. Khi nói một xung lực được truyền cho chất điểm, ta muốn nói rằng động lượng được truyền từ một tác nhân bên ngoài tới chất điểm đó. Phương trình (9.13) có dạng tương tự với các phương trình bảo toàn năng lượng (8.1) và (8.2).

Phương trình 9.13 là phát biểu tổng quát nhất của nguyên lý **bảo toàn động lượng** và được gọi là **phương trình bảo toàn động lượng**. Trong cách tiếp cận động lượng, hệ cô lập xuất hiện thường xuyên hơn hệ không cô lập, nên phương trình (9.13) có thể xem như trường hợp đặc biệt của phương trình (9.5). Vế trái của phương trình (9.13) là độ biến thiên động lượng của hệ. Vế phải là số đo động lượng đi qua biên của hệ khi có lực tác dụng lên hệ. Phương trình (9.13) là phát biểu toán học của một mô hình phân tích mới, gọi là **mô hình hệ không cô lập (động lượng)**. Phương trình này có dạng tương tự phương trình (8.1) nhưng có một số khác biệt khi áp dụng cho các bài toán. Trước tiên, phương trình (9.13) là phương trình vectơ, trong khi phương trình (8.1) là phương trình vô hướng. Do đó hướng là quan trọng đối với phương trình (9.13). Thứ hai, chỉ có một loại động lượng nên chỉ có một cách duy nhất để tích trữ động lượng trong hệ. Ngược lại, như thấy từ phương trình (8.2), có 3 cách để tích năng lượng cho hệ là động năng, thế năng và nội năng. Thứ ba, chỉ có một cách để truyền động lượng cho hệ là tác dụng lực lên hệ trong một khoảng thời gian. Phương trình (8.2) chỉ ra 6 cách mà ta đã biết để truyền năng lượng cho một hệ. Do đó, không có sự mở rộng phương trình (9.13) tương tự như phương trình (8.2).

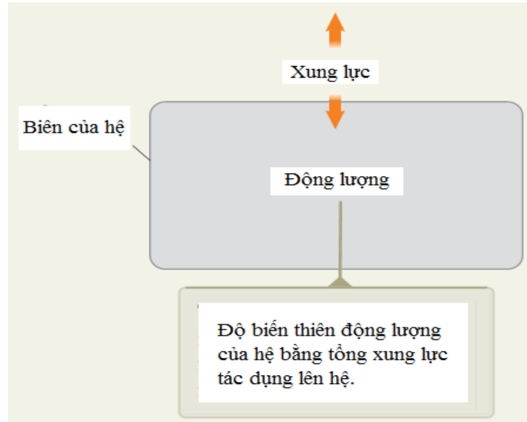
Trong nhiều tình huống người ta dùng "xấp xỉ xung lực", bằng cách giả sử một trong các lực tác dụng lên chất điểm tác dụng trong một khoảng thời gian ngắn nhưng lớn hơn nhiều so với các lực khác cùng có mặt. Khi đó, hợp lực $\sum \vec{F}$ trong phương trình (9.9) được thay thế bằng một lực đơn $\vec{F}$ để tính xung lực tác dụng lên chất điểm. Sự xấp xỉ này rất hữu ích khi xét các bài toán va chạm trong đó khoảng thời gian va chạm rất ngắn. Khi sử dụng xấp xỉ này, lực đơn được xem là một xung lực. Ví dụ khi quả bóng chày bị đánh bằng cái gậy, thời gian va chạm khoảng 0,01s và lực trung bình mà gậy tác dụng lên quả bóng là vài ngàn Newton. Vì lực này lớn hơn nhiều so với trọng lực tác dụng lên quả bóng và cái gậy, nên sự xấp xỉ xung lực cho thấy việc bỏ qua trọng lực là đúng đắn. Khi dùng xấp xỉ này, cần nhớ rằng $\vec{p}_i$ và $\vec{p}_f$ là các động lượng tức thời trước và sau khi va chạm. Do đó trường hợp phù hợp để dùng xấp xỉ xung là khi va chạm chất điểm di chuyển một đoạn rất ngắn.

Câu hỏi 9.3: Hai vật nằm yên trên một bề mặt không có ma sát. Vật 1 có khối lượng lớn hơn vật 2. (**i**) Khi một lực không đổi tác dụng lên vật 1, nó gia tốc vật trên quãng đường d theo một đường thẳng. Ngừng cho lực tác dụng lên vật 1 mà cho nó tác dụng lên vật 2. Tại thời điểm vật 2 được gia tốc qua cùng quãng đường d, phát biểu nào đúng? (a) $p_1 < p_2$, (b) $p_1 = p_2$, (c) $p_1 > p_2$, (d) $K_1 < K_2$, (e) $K_1 = K_2$, (f) $K_1 > K_2$. (**ii**) Khi một lực không đổi tác dụng lên vật 1, nó gia tốc vật trong một khoảng thời gian Δt. Ngừng cho lực tác dụng lên vật 1 mà cho nó tác dụng lên vật 2. Từ danh sách các lựa chọn như trên, phát biểu nào là đúng sau khi vật 2 được gia tốc trong cùng khoảng thời gian Δt?

Câu hỏi 9.4: Hãy xếp hạng từ lớn nhất đến nhỏ nhất một bảng điều khiển ô tô, một dây an toàn và một túi khí, mỗi cái được sử dụng một mình trong các va chạm có cùng tốc độ, về (a) xung lực và (b) lực trung bình mà mỗi cái mang lại cho một hành khách ngồi phía trước.

Mô hình phân tích: Hệ không cô lập (động lượng)

Giả sử ta đã xác định được hệ cần phân tích và biên của nó. Nếu có ngoại lực tác dụng lên hệ thì hệ là không cô lập. Khi đó độ biến thiên động lượng toàn phần của hệ bằng xung lực tác dụng lên hệ (định lý xung lực - động lượng): $\Delta \vec{p}_{tot} = \vec{I}$ (9.13)

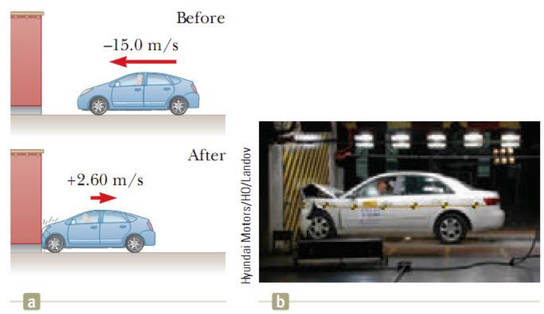


Ví dụ:

- Cái gậy đánh vào quả bóng chày
- Dùng sợi dây kéo một ống chỉ đặt trên bàn

Bài tập mẫu 9.3: Cái đỡ va tốt như thế nào?

Trong một thử nghiệm va chạm, một xe hơi có khối lượng 1500 kg va chạm với một bức tường như trên hình 9.4. Vận tốc của xe trước và sau khi va chạm lần lượt là $\vec{v}_i = -15\vec{i}$ m/s và $\vec{v}_f = 2,6\vec{i}$ m/s. (A) Va chạm kéo dài trong 0.15 s, hãy tìm xung lực c ủa vụ va chạm và lực trung bình tác dụng lên xe. (B) Điều gì xảy ra nếu chiếc xe không bật ra khỏi bức tường? Giả sử tốc độ cuối cùng của xe bằng không và khoảng thời gian của va chạm vẫn ở mức 0.15 s. Điều đó có thể hiện là lực lớn hơn hoặc nhỏ hơn tác dụng lên xe không?



Hình 9.4 Bài tập mẫu 9.3

Giải:

(A) Sử dụng công thức 9.13 để tính xung lực tác dụng lên xe hơi:

$$\vec{I} = \Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i = m\left(\vec{v}_f - \vec{v}_i\right) = 26400\,\vec{i}\ \text{kg.m/s}$$

Dùng công thức (9.11) để tính lực trung bình tác dụng lên xe: $\left(\sum\vec{F}\right)_{avg} = \dfrac{\vec{I}}{\Delta t} = 176000\,\vec{i}$ N

Lực tính được ở trên là tổng hợp của phản lực vuông góc do tường tác dụng lên xe và lực ma sát giữa các lốp xe và mặt đất khi đầu xe bị biến dạng. Nếu các bánh xe quay tự do, lực ma sát này là tương đối nhỏ.

(B) Trong tình huống trên, khi mà chiếc xe bật ra khỏi tường, lực tác dụng lên xe thực hiện hai việc trong khoảng thời gian 0.15s: (1) nó dừng xe, và (2) nó làm cho xe chuyển động ra khỏi tường với tốc độ 2.60 m/s sau khi va chạm. Nếu chiếc xe không bật ra, lực chỉ thực hiện bước đầu tiên đó là dừng xe - đòi hỏi một lực nhỏ hơn. Trong trường hợp này, xung lực là:

$\vec{I} = \Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = 0 - m\vec{v}_i = m\left(\vec{v}_f - \vec{v}_i\right) = 22500\vec{i}$ kg.m/s và lực trung bình tác dụng lên xe là:

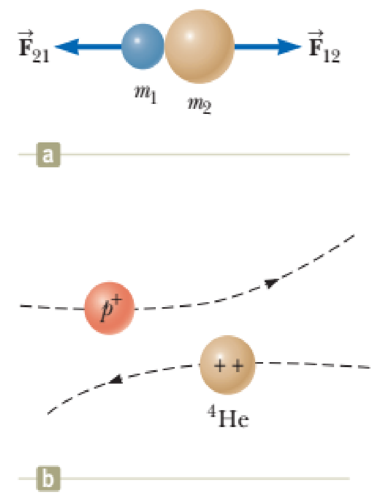
$$\left(\sum\vec{F}\right)_{avg} = \frac{\vec{I}}{\Delta t} = 150000\,\vec{i}\ \text{N}.$$

9.4 Va chạm một chiều

Thuật ngữ va chạm biểu thị sự kiện hai chất điểm đi lại gần nhau và tương tác với nhau bằng các lực. Các lực tương tác được giả sử rất lớn so với các ngoại lực có mặt, nên có thể sử dụng xấp xỉ xung lực.

Va chạm không chỉ xảy ra khi có sự tiếp xúc trực tiếp giữa hai vật thể vĩ mô, như mô tả trên hình 9.5a, mà phải được hiểu tổng quát hơn. Ví dụ xét một va chạm ở tỉ lệ nguyên tử giữa proton và hạt alpha (hình 9.5b). Vì cả hai hạt đều mang điện dương, chúng đẩy nhau, va chạm với nhau thông qua trường điện từ.

Khi hai vật có khối lượng m_1 và m_2 va chạm như trên hình 9.5, các xung lực có thể thay đổi rất phức tạp, chẳng hạn như trên hình 9.3. Tuy nhiên, bất kể sự phức tạp của xung lực, lực luôn là nội lực của hệ hai vật. Do đó, hai vật tạo thành một hệ cô lập và động lượng của hệ được bảo toàn trong va chạm bất kỳ. Tuy nhiên, tổng động năng của hệ có thể bảo toàn hoặc không, tùy thuộc vào loại va chạm.



Hình 9.5 (a) Va chạm giữa hai vật như kết quả của sự tiếp xúc trực tiếp, (b) "Va chạm" giữa hai hạt tích điện.

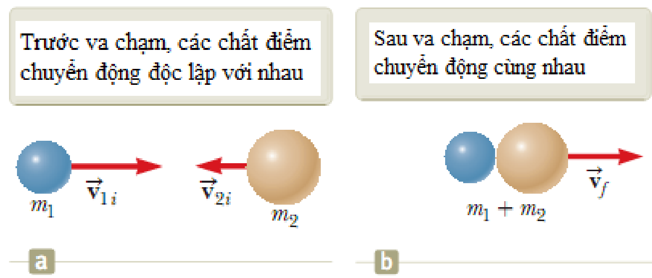
Phân loại va chạm: *Va chạm được chia thành va chạm đàn hồi hoặc va chạm không đàn hồi tùy thuộc vào việc động năng của hệ có bảo toàn hay không.*

Va chạm đàn hồi gữa *hai vật là va chạm mà tổng động năng và tổng động lượng của hệ trước và sau khi va chạm là như nhau*. Va chạm giữa các vật trong thế giới vĩ mô, chẳng hạn giữa các quả bóng bi a, chỉ là xấp xỉ đàn hồi vì có xảy ra sự biến dạng và mất động năng. Ví dụ ta có thể nghe thấy tiếng các quả bi a va chạm nhau, như vậy có một số năng lượng từ hệ đã bị truyền đi xa bởi âm thanh. Va chạm đàn hồi phải hoàn toàn yên lặng

Va chạm không đàn hồi là va chạm mà tổng động năng của hệ trước và sau khi va chạm khác nhau (mặc dù động lượng của hệ được bảo toàn). Các va chạm không đàn hồi có hai loại. Khi các vật dính vào nhau sau khi va chạm được gọi là *va chạm hoàn toàn không đàn hồi*, ví dụ khi một thiên thạch va chạm với Trái đất. Khi các vật va chạm nhưng không dính vào nhau, nhưng một phần năng lượng bị chuyển sang dạng năng lượng khác hoặc bị truyền ra xa, như trường hợp quả bóng cao su va chạm với một bề mặt cứng, thì va chạm được gọi là *không đàn hồi*. Khi quả bóng cao su va chạm với nền cứng, một phần động năng của quả bóng bị chuyển đổi (sang nhiệt) khi quả bóng bị biến dạng trong khi nó tiếp xúc với bề mặt cứng. Các va chạm không đàn hồi được mô tả bằng cách diễn giải động lượng của mô hình hệ cô lập.

Va chạm hoàn toàn không đàn hồi

Xét 2 vật khối lượng m_1 và m_2, chuyển động với các vận tốc ban đầu $\vec{v}_{1i}$, $\vec{v}_{2i}$ dọc theo một đường thẳng như trên hình 9.6. Hai vật va chạm trực diện với nhau, dính vào nhau và sau va chạm chúng chuyển động với vận tốc chung $\vec{v}_f$. Do động lượng của một hệ cô lập được bảo toàn trong va chạm bất kì, ta có tổng động lượng trước khi va chạm bằng với động lượng của hệ hợp lại sau khi va chạm:



Hình 9.6 Giản đồ biểu diễn va chạm xuyên tâm hoàn toàn không đàn hồi giữa hai chất điểm

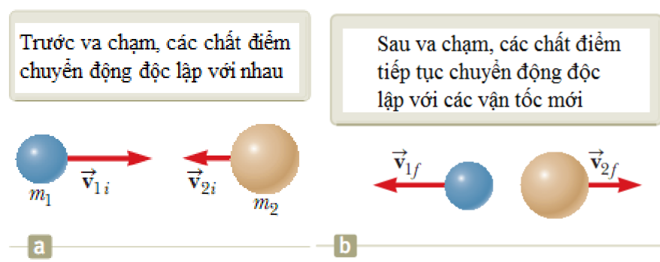
$$m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i} = (m_1 + m_2)\vec{v}_f \tag{9.14}$$

Giải phương trình này đối với ẩn số là vận tốc sau va chạm, ta được:

$$\vec{v}_f = \frac{m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i}}{m_1 + m_2} \tag{9.15}$$

Va chạm đàn hồi

Xét 2 vật khối lượng m_1 và m_2, chuyển động với các vận tốc ban đầu $\vec{v}_{1i}$, $\vec{v}_{2i}$ dọc theo một đường thẳng như trên hình 9.7. Hai chất điểm v a chạm trực diện với nhau, sau đó tách ra và chuyển động với các vận tốc $\vec{v}_{1f}$, $\vec{v}_{2f}$.



Hình 9.7 Sơ đồ một va chạm trực diện đàn hồi giữa hai chất điểm.

Trong va chạm đàn hồi, cả động lượng và động năng của hệ được bảo toàn. Do đó, xét các vận tốc theo hướng nằm ngang như trên hình 9.7 ta có:

$$p_i = p_f \to m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i} = m_1\vec{v}_{1f} + m_2\vec{v}_{2f} \tag{9.16}$$

$$K_i = K_f \to \frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2 = \frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2f}^2 \tag{9.17}$$

Vì va chạm một chiều nên ta có thể biểu diễn các vận tốc bằng các tốc độ tương ứng, với các dấu để chỉ hướng: tốc độ *v* là dương nếu chất điểm chuyển động sang phải, là âm nếu chuyển động sang trái.

Trong bài toán va chạm đàn hồi, có hai đại lượng chưa biết nên cần giải hệ các phương trình (9.16) và (9.17) để tìm chúng. Ta bỏ các thừa số ½ trong (9.17) và viết lại như sau:

$$m_1(v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = m_2(v_{2f}^2 - v_{2i}^2)$$

Khai triển cả hai vế ta có:

$$m_1(v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i})(v_{2f} + v_{2i}) \tag{9.18}$$

Tiếp theo ta nhóm các số hạng chứa m_1, m_2 trong phương trình (9.16) để có:

$$m_1(v_{1i} - v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i}) \tag{9.19}$$

Để thu được kết quả cuối cùng, ta chia (9.18) cho (9.19) để có:

$$v_{1i} + v_{1f} = v_{2f} + v_{2i}$$

$$v_{1i} - v_{2i} = -(v_{1f} - v_{2f}) \tag{9.20}$$

Phương trình này và phương trình (9.16) được dùng để giải các bài toán va chạm đàn hồi. Cặp phương trình (9.16) và (9.20) dễ sử dụng hơn cặp các phương trình (9.16) và (9.17) vì không có các số hạng bậc 2 như trong phương trình (9.17). Theo phương trình (9.20), vận tốc tương đối của 2 chất điểm trước khi va chạm, $v_{1i} - v_{2i}$, bằng và trái dấu với vận tốc tương đối của chúng sau khi va chạm, $-(v_{1f} - v_{2f})$.

Nếu biết khối lượng và vận tốc của các vật trước khi va chạm, ta giải các phương trình (9.16) và (9.20) để tìm các vận tốc sau va chạm theo các vận tốc trước va chạm:

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{2i} \tag{9.21}$$

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{2i} \tag{9.22}$$

Lưu ý dùng đúng các dấu cho các phương trình (9.21) và (9.22).

Ta hãy xét một số trường hợp đặc biệt sau đây.

- Nếu $m_1 = m_2$, các phương trình (9.21) và (9.22) cho thấy $v_{1f} = v_{2i}$, $v_{2f} = v_{1i}$, tức là các chất điểm sẽ đổi vận tốc cho nhau nếu khối lượng của chúng bằng nhau. Ví dụ va chạm trực diện của 2 quả bi-a: sau khi va chạm viên bi cái dừng lại và đẩy viên bi kia đi xa với vận tốc ban đầu của viên bi cái.
- Nếu chất điểm 2 lúc đầu đứng yên, $v_{2i} = 0$, các phương trình (9.21), (9.22) trở thành:

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} \tag{9.23}$$

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} \tag{9.24}$$

- Nếu $m_1 \gg m_2$, từ các phương trình 9.23 và 9.24 ta thấy $v_{1f} \approx v_{1i}$ và $v_{2f} \approx 2v_{1i}$. Tức là khi một vật rất nặng va chạm trực diện với một vật rất nhẹ đang đứng yên, vật nặng sẽ tiếp tục chuyển động mà không bị thay đổi gì sau khi va chạm, còn vật nhẹ bị bật lại với tốc độ bằng 2 lần tốc độ lúc đầu của vật nặng.
- Nếu $m_2 \gg m_1$ và chất điểm 2 lúc đầu đứng yên, $v_{2i} = 0$, ta thấy $v_{1f} \approx -v_{1i}$ và $v_{2f} \approx 0$, tức là khi một vật rất nhẹ va chạm trực diện với một vật rất nặng đang đứng yên, vận tốc của vật nhẹ sẽ bị đổi chiều còn vật nặng gần như vẫn đứng yên.

Câu hỏi 9.5: Trong một va chạm một chiều hoàn toàn không đàn hồi giữa hai vật đang chuyển động, điều kiện nào là cần thiết để động năng cuối cùng của hệ bằng không sau va chạm? (**a**) Động lượng ban đầu của các vật phải có cùng độ lớn nhưng ngược hướng. (**b**) Các vật phải có cùng khối lượng. (**c**) Các vật phải có cùng vận tốc ban đầu. (**d**) Các vật phải có cùng tốc độ ban đầu, với các vectơ vận tốc ngược hướng.

Câu hỏi 9.6: Một quả bóng bàn được ném về phía một quả bóng bowling đang đứng yên. Quả bóng bàn gây ra một va chạm đàn hồi một chiều và bị nảy lại trên cùng một đường thẳng. So với quả bóng bowling sau va chạm, quả bóng bàn có (**a**) độ lớn của động lượng lớn hơn và động năng lớn hơn, (**b**) độ lớn của động lượng nhỏ hơn và động năng lớn hơn, (**c**) độ lớn của động lượng lớn hơn và động năng nhỏ hơn, (**d**) độ lớn của động lượng nhỏ hơn và động năng lớn hơn, hoặc (**e**) cùng độ lớn của động lượng và cùng động năng?

Chiến lược giải bài toán va chạm một chiều

- Tưởng tượng va chạm xảy ra. Vẽ các giản đồ đơn giản về các vật trước và sau va chạm. Đoán hướng của các vectơ vận tốc sau khi va chạm.
- Hệ chất điểm có phải là cô lập không? Nếu có hãy phân loại va chạm là đàn hồi, không đàn hồi hoặc hoàn toàn đàn hồi.
- Viết các phương trình:
  - Nếu va chạm là hoàn toàn không đàn hồi, viết phương trình (9.15).
  - Nếu va chạm là đàn hồi, viết phương trình (9.16) và (9.17).
  - Nếu va chạm là không đàn hồi, viết phương trình (9.16).
- Dựa vào các thông số đề bài đã cho và tính các thông số còn lại.

Bài tập mẫu 9.5: Thực hiện bảo hiểm va chạm!

Một xe hơi nặng 1800 kg đang dừng đèn giao thông thì bị một xe hơi khác nặng 900 kg húc từ phía sau. Hai xe vướng vào nhau và chuyển động dọc theo đường thẳng mà chiếc xe nhẹ ban đầu đang chuyển động. Trước khi va chạm xe nhẹ hơn đang chạy với tốc độ 20.0 m/s, hỏi tốc độ của hai xe sau khi va chạm bằng bao nhiêu?

Giải:

Sau khi va chạm hai xe vướng vào nhau nên đây là va chạm hoàn toàn không đàn hồi.

Dùng mô hình hệ cô lập đối với động lượng cho hệ hai xe ta có:

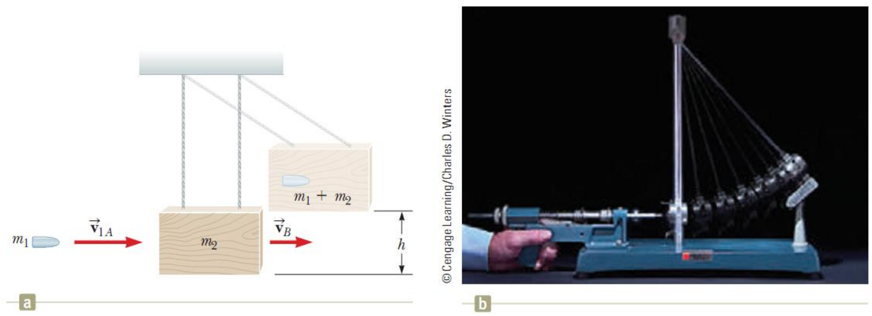
$$\Delta\vec{p} = 0 \rightarrow p_i = p_f \rightarrow m_1 v_i = (m_1 + m_2) v_f$$

Từ đây ta tính được tốc độ của hai xe sau khi va chạm là:

$$v_f = \frac{m_1 v_i}{m_1 + m_2} = 6,67 \text{ m/s}$$

Bài tập mẫu 9.6: Con lắc thử đạn

Con lắc thử đạn (Hình 9.8) là thiết bị được sử dụng để đo tốc độ của một vật được bắn ra và chuyển động nhanh chẳng hạn như viên đạn. Một viên đạn khối lượng m_1 được bắn vào một khối gỗ lớn có khối lượng m_2 được treo bởi một số sợi dây nhẹ. Viên đạn cắm vào khối gỗ và hệ đạn - gỗ được nâng lên một độ cao h. Làm thế nào để xác định được tốc độ của viên đạn bằng cách đo độ cao h?



Hình 9.8 Bài tập mẫu 9.6 (a) Sơ đồ một con lắc thử đạn. $\vec{v}_{1A}$ *là vận tốc của đạn ngay trước va chạm và* $\vec{v}_B$ *là vận tốc của hệ đạn – gỗ ngay sau va chạm hoàn toàn không đàn hồi. (b) Ảnh chụp nhiều lần chớp của một con lắc thử đạn dùng trong*

Giải:

Va chạm giữa viên đạn và khối gỗ là va chạm hoàn toàn không đàn hồi vì sau khi va chạm viên đạn cắm vào khối gỗ. Hệ đạn – gỗ tạo thành một hệ cô lập về động lượng.

Tốc độ của các vật sau khi va chạm hoàn toàn không đàn hồi được xác định theo phương trình (9.15):

$$v_B = \frac{m_1 v_{1A}}{m_1 + m_2} \quad (1)$$

Động lượng của hệ ngay sau khi va chạm là:

$$K_B = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_B^2 \quad (2)$$

Thay v_B từ (1) vào (2) ta được:

$$K_B = \frac{m_1^2 v_{1A}^2}{2(m_1 + m_2)}$$

Động năng của hệ đạn – gỗ ngay sau khi va chạm này nhỏ hơn động năng ban đầu của viên đạn.

Chọn gốc thế năng tại khối gỗ, $U_B = 0$. Thế năng của hệ đạn – gỗ tại độ cao h là:

$$U_C = (m_1 + m_2)gh$$

Áp dụng mô hình hệ cô lập cho hệ đạn – gỗ ta có:

$$\Delta K + \Delta U = 0 \rightarrow (K_C - K_B) + (U_C - U_B) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(0 - \frac{m_1^2 v_{1A}^2}{2(m_1 + m_2)}\right) + \left[(m_1 + m_2)gh - 0\right] = 0$$

Giải phương trình này ta được:

$$v_{1A} = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right)\sqrt{2gh}$$

Ta đã giải bài tập này theo hai bước. Mỗi bước liên quan đến một hệ khác nhau và một mô hình phân tích khác nhau: hệ cô lập (động lượng) cho bước thứ nhất và hệ cô lập (năng lượng) cho bước thứ hai. Vì va chạm là hoàn toàn không đàn hồi, một lượng cơ năng đã được chuyển thành nội năng trong quá trình va chạm. Do đó, sẽ không đúng khi sử dụng mô hình hệ cô lập (năng lượng) cho toàn bộ quá trình bằng cho động năng ban đầu của viên đạn bằng với thế năng hấp dẫn của hệ đạn – gỗ ở độ cao h.

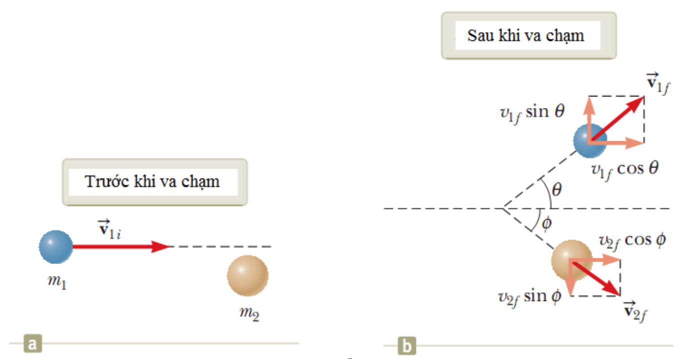
9.5 Va chạm hai chiều

Trong mục 9.2 ta biết rằng động lượng của hệ hai chất điểm cô lập được bảo toàn. Trong va chạm bất kì của hai chất điểm thì động lượng theo mỗi hướng x, y, z được bảo toàn.

Xét va chạm xảy ra trên mặt phẳng, ví dụ chơi bi da. Đối với các va chạm hai chiều, ta có hai phương trình thành phần cho bảo toàn động lượng:

$$m_1 v_{1ix} + m_2 v_{2ix} = m_1 v_{1fx} + m_2 v_{2fx}$$

$$m_1 v_{1iy} + m_2 v_{2iy} = m_1 v_{1fy} + m_2 v_{2fy}$$



Hình 9.9 Va chạm đàn hồi không xuyên tâm giữa hai chất điểm.

trong đó 3 chỉ số dưới các thành phần vận tốc trong các phương trình này tương ứng biểu thị: kí hiệu của vật thể (1,2), các giá trị trước và sau va chạm (i,f), và thành phần vận tốc (x,y).

Xét trường hợp đặc biệt khi vật thứ nhất khối lượng m_1 va chạm với vật thứ 2 khối lượng m_2 ban đầu đứng yên (hình 9.11). Sau va chạm (hình 9.11b), vật 1 chuyển động theo góc θ so với phương ngang và vật 2 chuyển động theo góc φ so với phương ngang. Va chạm này gọi là va chạm *sượt qua (glancing)*. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng dạng thành phần và lưu ý thành phần y của động lượng ban đầu bằng 0, ta có:

$$\Delta p_x = 0 \rightarrow p_{ix} = p_{fx} \rightarrow m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f}\cos\theta + m_2 v_{2f}\cos\varphi \quad (9.25)$$

$$\Delta p_y = 0 \rightarrow p_{iy} = p_{fy} \rightarrow \quad 0 = m_1 v_{1f}\sin\theta - m_2 v_{2f}\sin\varphi \quad (9.26)$$

trong đó dấu trừ ở (9.26) là do thành phần y của vận tốc vật 2 sau va chạm hướng xuống. Kí hiệu *v* trong các phương trình này là tốc độ, hướng của vectơ thành phần được chỉ rõ bởi các dấu cộng hoặc trừ. Ta có hai phương trình độc lập vơi 7 đại lượng, nếu có không quá 2 ẩn số thì ta có thể giải bài toán này.

Nếu va chạm là đàn hồi, ta có thể dùng phương trình 9.17 (bảo toàn động năng) với v_{2i}=0.

$$K_i = K_f \rightarrow \frac{1}{2}m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2}m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2f}^2 \tag{9.27}$$

Biết tốc độ ban đầu của vật 1 và khối lượng của 2 vật, ta còn lại 4 ẩn số $(v_{1f}, v_{2f}, \theta, \varphi)$. Vì chỉ có 3 phương trình, nên 1 trong 4 đại lượng còn lại phải được cho để xác định chuyển động sau va chạm đàn hồi chỉ từ các nguyên lý bảo toàn.

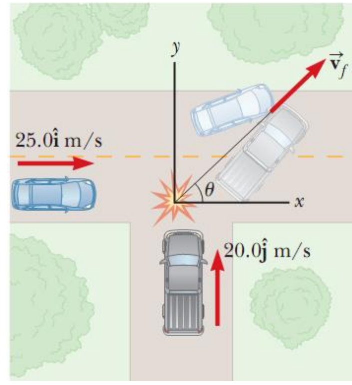
Nếu va chạm không đàn hồi, động năng không bảo toàn và không được áp dụng phương trình (9.27).

Chiến lược giải bài toán va chạm hai chiều

- Tưởng tượng va chạm xảy ra và dự đoán các hướng gần đúng mà các hạt sẽ chuyển động sau khi va chạm.
- Thiết lập một hệ tọa độ và xác định các vận tốc dựa vào hệ tọa độ đó. Để thuận tiện nên chọn trục x trùng với một trong những vận tốc ban đầu của các chất điểm.
- Vẽ và ghi tên của các vận tốc, và tính đến tất cả các thông tin đã cho.
- Xem xét hệ các chất điểm có phải thực sự cô lập? Nếu có hãy phân loại va chạm là đàn hồi, không đàn hồi hoặc hoàn toàn đàn hồi.
- Viết các biểu thức đối với các thành phần x và y của động lượng của mỗi vật trước và sau khi va chạm. Nhớ tính đến các dấu phù hợp cho các thành phần của các vectơ vận tốc và chú ý cẩn thận đến các dấu trong suốt quá trình tính toán.
- Viết các biểu thức đối với động lượng tổng cộng theo trục x *trước* và *sau* khi va chạm rồi cho chúng bằng nhau. Lặp lại thủ tục này đối với động lượng tổng cộng theo trục y.
- Tiến hành giải các phương trình động lượng cho các đại lượng chưa biết.
  - Nếu va chạm là không đàn hồi, động năng không được bảo toàn, và có lẽ đòi hỏi thông tin bổ sung.
  - Nếu va chạm là hoàn toàn không đàn hồi, các vận tốc sau va chạm của hai vật là bằng nhau.
  - Nếu va chạm là đàn hồi, động năng được bảo toàn, và bạn có thể cho tổng động năng của hệ trước và sau khi va chạm bằng nhau, cho ta một mối liên hệ bổ sung giữa các độ lớn vận tốc.
- Khi bạn đã xác định được kết quả, kiểm tra lại xem chúng có phù hợp với các miêu tả về ý nghĩa minh họa, và có phù hợp với thực tế không.

Bài tập mẫu 9.8: Va chạm tại một ngã ba

Tại một ngã ba, chiếc xe hơi nặng 1500 kg chạy về hướng đông với tốc độ 25.0 m/s va chạm với chiếc xe tải nặng 2500 kg chạy về phía bắc với tốc độ 20.0 m/s như trên Hình 9.10. Hãy tìm hướng và độ lớn của vận tốc của các xe sau va chạm, giả sử các xe dính vào với nhau sau va chạm.



Hình 9.10 Bài tập mẫu 9.8

Giải:

Ta chọn trục x, y như hình 9.10. Xem hai xe như một hệ cô lập về động lượng. Va chạm giữa hai xe là va chạm hoàn toàn không đàn hồi vì chúng dính vào nhau sau va chạm.

Trước khi va chạm, chiếc xe hơi có động lượng theo hướng x, còn chiếc xe tải có động lượng theo hướng y.

Giả sử sau khi va chạm hai xe chuyển động với tốc độ v_f theo hướng hợp với trục x một góc θ.

Áp dụng mô hình hệ cô lập về động lượng cho hướng x:

$$\Delta p_x = 0 \rightarrow \sum p_{xi} = \sum p_{xf} \rightarrow m_1 v_{1i} = (m_1 + m_2) v_f \cos\theta \quad (1)$$

Áp dụng mô hình hệ cô lập về động lượng cho hướng y:

$$\Delta p_y = 0 \rightarrow \sum p_{yi} = \sum p_{yf} \rightarrow m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f \sin\theta \quad (2)$$

Chia (2) cho (1) ta có:

$$\tan\theta = \frac{m_2 v_{2i}}{m_1 v_{1i}} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{m_2 v_{2i}}{m_1 v_{1i}}\right)$$

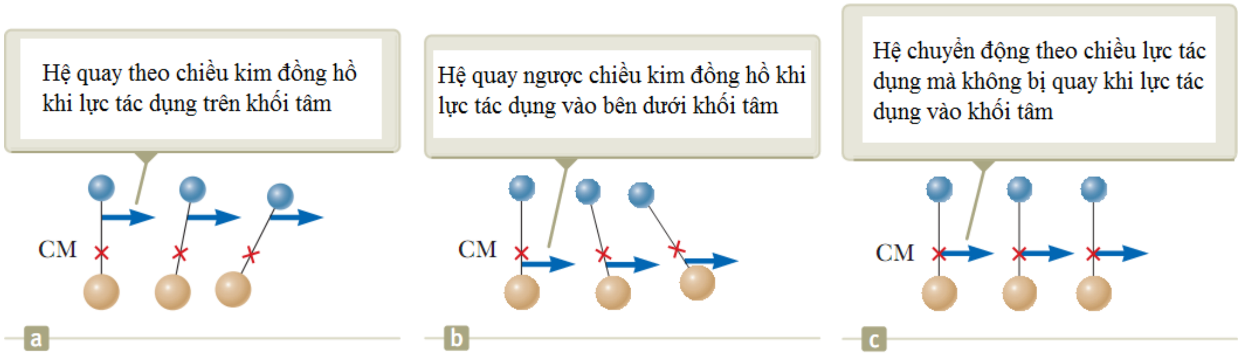
Thay số ta được $\theta = 53{,}1^o$

Từ (2) ta tính được giá trị của v_f: $v_f = \dfrac{m_2 v_{2i}}{(m_1 + m_2)\sin\theta} = 15{,}6 \text{ m/s}$

Ta thấy tốc độ của hệ hai xe sau va chạm nhỏ hơn tốc độ của mỗi xe trước khi va chạm. Kết quả này cũng phù hợp với lý thuyết là trong va chạm không đàn hồi thì động năng của hệ giảm.

9.6 Khối tâm

Trong mục này ta mô tả chuyển động của một hệ bằng chuyển động của một điểm đặc biệt gọi là **khối tâm** của hệ. Hệ có thể gồm một số chất điểm, chẳng hạn các nguyên tử trong một bình chứa, hoặc là một vật thể dài, như một vận động viên nhảy lên trong không khí. Ta sẽ thấy rằng chuyển động tịnh tiến của khối tâm giống như tất cả khối lượng của hệ được tập trung tại điểm đó, tức là hệ chuyển động như thể tổng ngoại lực tác dụng vào khối tâm. Chuyển động này độc lập với các chuyển động khác của hệ, chẳng hạn như chuyển động quay hoặc rung, hoặc biến dạng (chẳng hạn khi vận động viên gập người lại). Mô hình này là mô hình chất điểm đã giới thiệu trong chương 2.



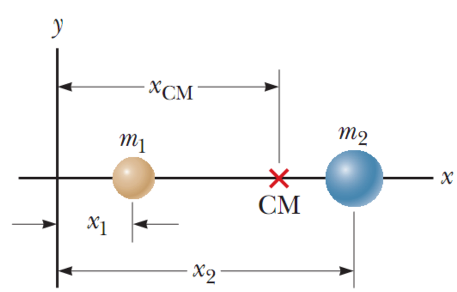
Hình 9.11 Lực tác dụng lên hệ gồm 2 chất điểm khối lượng khác nhau được gắn với nhau bằng một thanh cứng, nhẹ.

Xét hệ hai vật có khối lượng khác nhau được kết nối với nhau bằng một thanh rắn, mảnh và nhẹ (hình 9.11). Vị trí khối tâm của hệ là *vị trí trung bình* của khối lượng của hệ. Khối tâm của hệ nằm trên đường nối hai vật và gần vật có khối lượng lớn hơn. Nếu lực tác dụng vào một điểm trên thanh, ở phần phía trên khối tâm thì hệ sẽ quay theo chiều kim đồng hồ (hình 9.11a). Nếu lực này tác dụng vào một điểm nằm phía dưới khối tâm thì hệ sẽ quay ngư ợc chiều kim đồng hồ (hình 9.11b). Nếu lực này tác dụng vào khối tâm thì hệ sẽ chuyển động theo chiều tác dụng của lực mà không bị quay (xem hình 9.11c). Vị trí khối tâm có thể được xác định theo cách này.

Khối tâm của cặp chất điểm trên hình 9.12 nằm trên trục x, ở giữa các chất điểm. Vị trí của nó là:

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} \qquad (9.28)$$

Ví dụ nếu $x_1=0$, $x_2=d$ và $m_2= 2m_1$ ta có $x_{CM} = \frac{2}{3}d$. Tức là khối tâm nằm gần vật nặng hơn. Nếu hai vật có khối lượng bằng nhau, khối tâm sẽ nằm tại trung điểm đoạn thẳng nối hai vật.



Hình 9.12 Khối tâm của hệ 2 chất điểm có khối lượng khác nhau trên trục x nằm tại x_CM, giữa các chất điểm, và gần chất điểm có khối lượng lớn hơn

Có thể mở rộng khái niệm khối tâm cho hệ nhiều chất điểm trong không gian 3 chiều, chất điểm thứ i có khối lượng m_i.

Tọa độ x của khối tâm của hệ gồm n chất điểm là:

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + \cdots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots + m_n} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}$$

$$= \frac{\sum_i m_i x_i}{M} = \frac{1}{M}\sum_i m_i x_i \qquad (9.29)$$

Trong đó x_i là tọa độ x của chất điểm thứ i, và tổng khối lượng của hệ là $M = \sum_i m_i$. Các tọa độ y và z của khối tâm được xác định tương tự, theo các phương trình:

$$y_{CM} \equiv \frac{1}{M}\sum_i m_i y_i \qquad z_{CM} \equiv \frac{1}{M}\sum_i m_i z_i \tag{9.30}$$

Trong không gian 3 chiều, vị trí của khối tâm được xác định bởi bán kính vectơ $\vec{r}_{CM}$, với 3 thành phần x_{CM}, y_{CM}, z_{CM} xác định theo các phương trình 9.29 và 9.30. Do đó:

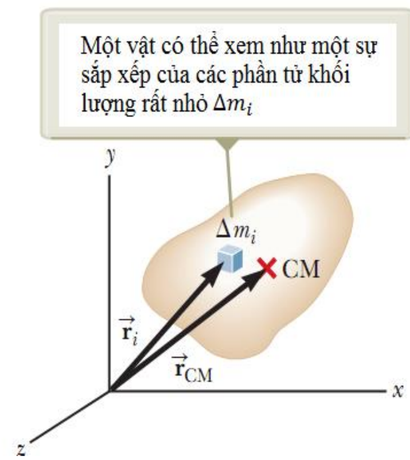
$$\vec{r}_{CM} = x_{CM}\vec{\imath} + y_{CM}\vec{\jmath} + z_{CM}\vec{k} = \frac{1}{M}\sum_i m_i x_i\,\vec{\imath} + \frac{1}{M}\sum_i m_i y_i\,\vec{\jmath} + \frac{1}{M}\sum_i m_i z_i\,\vec{k}$$

$$\vec{r}_{CM} \equiv \frac{1}{M}\sum_i m_i\,\vec{r}_i \tag{9.31}$$

trong đó $\vec{r}_i \equiv x_i\vec{\imath} + y_i\vec{\jmath} + z_i\vec{k}$ là bán kính vectơ của chất điểm thứ i.

Các ý tưởng cơ bản đã thảo luận trên đây cũng được áp dụng để xác định vị trí khối tâm của vật rắn. Xem vật rắn như là hệ gồm một lượng lớn các phần tử hình lập phương như hình 9.13. Do sự ngăn cách giữa các phần tử là rất nhỏ nên vật rắn có thể xem là có phân bố khối lượng liên tục. Bằng cách chia vật rắn thành các yếu tố có khối lượng Δm_i với các tọa độ x_i, y_i, z_i, ta thấy tọa độ x của khối tâm xấp xỉ bằng:

$$x_{CM} \approx \frac{1}{M}\sum_i x_i \Delta m_i$$



Hình 9.13 Khối tâm được định vị bằng bán kính vectơ $\vec{r}_{CM}$, có các thành phần x_{CM}, y_{CM}, z_{CM}.

Các tọa độ y_{CM}, z_{CM} biểu thức cũng tương tự như x_{CM}. Nếu số phần tử n tiến tới vô cùng thì kích thước của mỗi phần tử sẽ tiến tới 0, và x_{CM} gần như chính xác. Khi đó ta thay tổng bằng tích phân, và thay Δm_i bằng yếu tố vi phân dm:

$$x_{CM} = \lim_{\Delta m_i \to 0} \frac{1}{M}\sum_i x_i \Delta m_i = \frac{1}{M}\int x\,dm \tag{9.32}$$

Tương tự, ta có:

$$y_{CM} = \frac{1}{M}\int y\,dm \qquad z_{CM} = \frac{1}{M}\int z\,dm \tag{9.33}$$

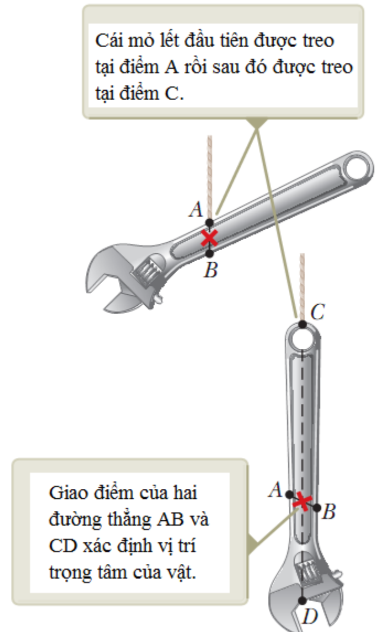
Ta có thể biểu diễn bán kính véctơ của khối tâm vật rắn dưới dạng:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M}\int \vec{r}\,dm \tag{9.34}$$

Biểu thức này tương đương với 3 biểu thức được cho trong (9.32) và (9.33). Đối với vật rắn đồng nhất và có dạng đối xứng, khối tâm của vật nằm trên một trục đối xứng và một mặt phẳng đối xứng. Ví dụ, khối tâm của một thanh đồng nhất nằm ở trên thanh, ở trung điểm của thanh. Khối tâm của một hình cầu hoặc một hình lập phương nằm ở tâm hình học của nó.

Vì vật rắn là một phân bố khối lượng liên tục, mỗi yếu tố khối lượng chịu tác dụng của trọng lực. Tác dụng tổng cộng của các lực này tương đương với tác dụng của một lực duy nhất $M\vec{g}$ lên một điểm đặc biệt được gọi là trọng tâm. Nếu $\vec{g}$ là không đổi trên toàn bộ phân bố khối lượng thì trọng tâm trùng với khối tâm của vật. Nếu vật rắn được treo ngay tại trọng tâm của nó thì nó cân bằng trong mọi định hướng bất kì.

Trọng tâm của một vật thể có hình dạng không đều đặn, ví dụ cái mỏ lết, có thể được xác định bằng cách treo vật, trước tiên treo ở một điểm, sau đó treo ở điểm khác. Trên hình 9.14, cái mỏ lết lúc đầu được treo ở điểm A, khi nó ngừng quay, vẽ đường AB thẳng đứng (có thể dùng dây dọi). Tiếp đó treo mỏ lết tại điểm C, rồi vẽ đường thẳng đứng CD. Trọng tâm của mỏ lết nằm ở nửa bề dày của nó, bên trong giao điểm của AB và CD. Tổng quát, nếu mỏ lết được treo tự do tại một điểm bất kì, đường thẳng đứng đi qua điểm này phải đi qua trọng tâm.



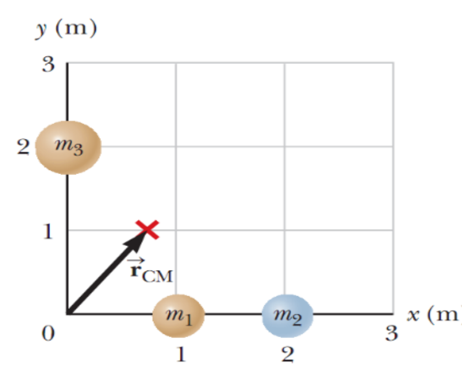
Hình 9.14 Một phương pháp thực nghiệm để xác định trọng tâm của cái mỏ lết

Câu hỏi 9.7: Một cây gậy bóng chày có mật độ đồng nhất được cắt tại vị trí khối tâm của nó như trên hình 9.15. Phần nào có khối lượng nhỏ hơn? (a) phần bên phải (b) phần bên trái (c) cả hai phần có cùng khối lượng (d) không thể xác định.

Hình 9.15 Một cây gậy bóng chày bị đôi cắt tại vị trí khối tâm của nó.

Bài tập mẫu 9.10: Khối tâm của ba chất điểm

Một hệ gồm ba chất điểm được bố trí như trên Hình 9.16. Khối lượng của các chất điểm là $m_1 = m_2 = 1.0$ kg và $m_3 = 2.0$ kg. Hãy tìm khối tâm của hệ.



Hình 9.16 Bài tập mẫu 9.10

Giải:

Sử dụng các công thức định nghĩa đối với các toạ độ khối tâm (9.29) và (9.30) và thay số ta có:

$$x_{CM} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3} = 0,75 \text{ m},$$

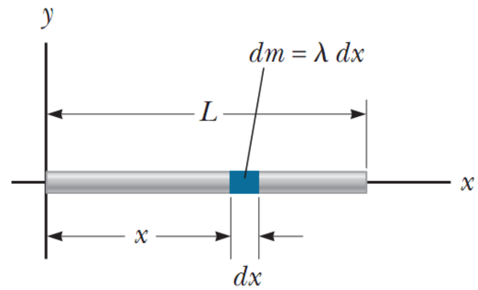
$$y_{CM} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3} = 1,0 \text{ m}, \quad z_{CM} = 0$$

Vậy véctơ vị trí của khối tâm của hệ là:

$\vec{r}_{CM} = x_{CM}\vec{i} + y_{CM}\vec{j} = \left(0,75\,\vec{i} + 1,0\,\vec{j}\right)m$

Bài tập mẫu 9.11: Khối tâm của một thanh rắn

(A) Hãy chỉ ra rằng khối tâm của một thanh có khối lượng M và chiều dài L nằm ở trung điểm của nó, giả sử thanh có mật độ khối lượng không đổi. (B) Giả sử một thanh không đồng nhất và mật độ khối lượng của nó thay đổi tuyến tính với x theo công thức $\lambda = \alpha x$, với α là hằng số. Tìm tọa độ x của tâm khối lượng dưới dạng một phân số của L.



Hình 9.17 Hình vẽ dùng để xác định khối tâm của một thanh rắn

Giải:

Chọn hệ toạ độ có gốc toạ độ nằm ở một đầu thanh và trục x hướng dọc theo thanh như trên hình 9.17. Dễ thấy khối tâm của thanh nằm trên trục x, và $y_{CM} = 0$, $z_{CM} = 0$.

(A) Sử dụng công thức (9.32) ta có:

$$x_{CM} = \frac{1}{M}\int x dm = \frac{1}{M}\int_0^L \lambda x\,\mathrm{dx} = \frac{\lambda L^2}{2M}$$

Thay $\lambda = M/L$ ta có: $x_{CM} = \frac{L^2}{2M}\frac{M}{L} = \frac{1}{2}L$.

Trong trường hợp này ta có thể dùng nhận xét về tính đối xứng để thu được cùng kết quả.

(B) Trong trường hợp này do mật độ khối lượng tỉ lệ thuận với x nên càng xa gốc toạ độ thì thanh càng nặng. Một phần tử của thanh có độ dài dx có khối lượng dm và $\mathrm{d}m = \lambda\,\mathrm{dx} = \alpha x\,\mathrm{dx}$

Sử dụng công thức (9.32) ta có:

$$x_{CM} = \frac{1}{M}\int x dm = \frac{1}{M}\int_0^L \lambda x\,\mathrm{dx} = \frac{1}{M}\int_0^L \alpha x\, x\,\mathrm{dx} = \frac{\alpha L^3}{3M}$$

Khối lượng của thanh là:

$$M = \int dm = \int_0^L \lambda\,\mathrm{dx} = \int_0^L \alpha x\,\mathrm{dx} = \frac{\alpha L^2}{2}$$

Thay biểu thức của M vào biểu thức của x_{CM} ta được: $x_{CM} = \frac{2}{3}L$.

Ta thấy khối tâm nằm cách xa gốc toạ độ hơn trong trường hợp (A) ở trên.

9.7 Hệ nhiều chất điểm

Xét hệ gồm 2 hoặc nhiều chất điểm có vị trí khối tâm đã biết. Để hiểu ý nghĩa vật lý và ứng dụng của khái niệm khối tâm, ta lấy đạo hàm theo thời gian bán kính vectơ của khối tâm (phương trình (9.31)). Giả sử khối lượng M của hệ không đổi, ta thu được vận tốc khối tâm của hệ:

$$\vec{v}_{CM} = \frac{d\vec{r}_{CM}}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i\vec{v}_i \tag{9.35}$$

với $\vec{v}_i$ là vận tốc của chất điểm thứ i. Sắp xếp lại phương trình 9.35 ta được:

$$M\vec{v}_{CM} = \sum_i m_i\vec{v}_i = \sum_i \vec{p}_i = \vec{p}_{tot} \tag{9.36}$$

Tức là động lượng toàn phần của hệ bằng tổng khối lượng nhân với vận tốc khối tâm của hệ. Nói cách khác, động lượng toàn phần của hệ bằng động lượng của một chất điểm khối lượng bằng M chuyển động với vận tốc $\vec{v}_{CM}$.

Lấy đạo hàm phương trình (9.35) theo thời gian ta được gia tốc khối tâm của hệ:

$$\vec{a}_{CM} = \frac{d\vec{v}_{CM}}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i\vec{a}_i \tag{9.37}$$

Sắp xếp lại phương trình này và dùng định luật 2 Newton ta được:

$$M\vec{a}_{CM} = \sum_i m_i\vec{a}_i = \sum_i \vec{F}_i \tag{9.38}$$

trong đó $\vec{F}_i$ là lực tác dụng lên chất điểm thứ i.

Lực tác dụng lên chất điểm bất kì của hệ có thể gồm cả ngoại lực và nội lực. Tuy nhiên theo định luật 3 Newton, tổng các nội lực bằng không và lực tổng hợp tác dụng lên hệ chỉ do các ngoại lực. Ta có thể viết lại (9.38) dưới dạng:

$$\sum_i \vec{F}_{ext} = M\vec{a}_{CM} \tag{9.39}$$

Tức là tổng ngoại lực tác dụng lên hệ chất điểm bằng tổng khối lượng của hệ nhân với gia tốc khối tâm. So sánh phương trình (9.39) với định luật 2 Newton đối với một chất điểm, ta thấy mô hình chất điểm trong các chương trước có thể được mô tả dưới dạng khối tâm:

Khối tâm của hệ các chất điểm có tổng khối lượng M chuyển động giống như một chất điểm tương đương có khối lượng M chuyển động dưới ảnh hưởng của tổng ngoại lực tác dụng lên hệ.

Lấy tích phân (9.39) trên một khoảng thời gian xác định, ta có:

$$\int \sum_i \vec{F}_{ext}\, dt = \int M\vec{a}_{CM}\, dt = \int M\frac{d\vec{v}_{CM}}{dt} dt = \int M\, d\vec{v}_{CM} = M\Delta\vec{v}_{CM}$$

Phương trình này có thể viết dưới dạng:

$$\Delta\vec{p}_{tot} = \vec{I} \tag{9.40}$$

Đây là **định lý xung lực - động lượng đối với hệ chất điểm.** Trong đó $\vec{I}$ là xung lực do các ngoại lực truyền cho hệ và $\vec{p}_{tot}$ là động lượng của hệ. Phương trình (9.40) là sự tổng quát hóa của định lý xung lực-động lượng đối với hệ chất điểm (phương trình (9.10)) cho hệ nhiều chất điểm. Nó cũng là biểu diễn toán học của mô hình hệ không cô lập (động lượng) cho hệ nhiều chất điểm.

Cuối cùng, nếu tổng ngoại lực tác dụng lên hệ bằng không, từ phương trình (9.39) ta có:

$$M\vec{a}_{CM} = M\frac{d\vec{v}_{CM}}{dt} = 0$$

Do đó, mô hình hệ cô lập (động lượng) đối với hệ nhiều chất điểm được mô tả bởi:

$$\Delta\vec{p}_{tot} = 0 \tag{9.41}$$

Phương trình này có thể được viết lại là:

$$M\vec{a}_{CM} = \vec{p}_{tot} = const \tag{9.42}$$

$$(\text{khi } \textstyle\sum_i \vec{F}_{ext} = 0)$$

Tức là động lượng toàn phần của hệ chất điểm được bảo toàn nếu không có ngoại lực tác dụng lên hệ. Suy ra đối với hệ chất điểm cô lập thì cả động lượng toàn phần và vận tốc khối tâm đều không đổi theo thời gian. Phát biểu này là sự tổng quát hóa của mô hình hệ cô lập (động lượng) cho hệ nhiều hạt.

Giả sử hệ cô lập gồm 2 hoặc nhiều chất điểm đang đứng yên. Khối tâm của hệ đứng yên nếu không có lực tác dụng lên hệ. Ví dụ xét hệ gồm một vận động viên bơi đang đứng trên một chiếc thuyền, với hệ lúc đầu đứng yên. Khi người nhảy khỏi thuyền theo phương ngang, thuyền chuyển động theo hướng ngược lại hướng người nhảy, và khối tâm của hệ vẫn còn đứng yên, nếu ta bỏ qua ma sát giữa thuyền và nước. Thêm nữa, động lượng của người khi nhảy bằng về độ lớn nhưng ngược hướng với động lượng của thuyền.

Câu hỏi 9.8: Một tàu du lịch đang di chuyển với tốc độ không đổi trên mặt nước. Các du khách trên tàu đang háo hức để đến điểm du lịch tiếp theo của họ. Họ quyết định cố gắng làm tăng tốc độ của tàu du lịch bằng cách tập trung tại mũi tàu (phía trước) và cùng nhau chạy về phía đuôi tàu (phía sau). (**i**) Trong khi họ đang chạy về phía đuôi tàu, tốc độ của con tàu sẽ (a) lớn hơn trước, (b) không thay đổi, (c) nhỏ hơn trước, hoặc (d) không thể xác định? (**ii**) Các du khách ngừng chạy khi họ đến đuôi tàu. Sau khi tất cả họ đã dừng chạy, tốc độ của con tàu (a) lớn hơn trước khi họ bắt đầu chạy, (b) không thay đổi so với trước khi họ bắt đầu chạy, (c) nhỏ hơn trước khi họ bắt đầu chạy, hoặc (d) không thể xác định?

Bài tập mẫu 9.14: Nổ tên lửa

Một tên lửa được bắn thẳng đứng lên trên. Tại thời điểm nó đạt đến độ cao 1000 m và tốc độ v_i = 300 m/s, nó nổ thành ba mảnh có khối lượng bằng nhau. Ngay sau khi nổ, một mảnh bay lên trên với tốc độ v_1 = 450 m/s, mảnh thứ hai bay về phía đông với tốc độ v_2 = 240 m/s. Hỏi vận tốc của mảnh thứ ba ngay sau vụ nổ?

Giải:

Giả sử các mảnh tên lửa sau khi nổ chuyển động trong một mặt phẳng và giả sử khoảng thời gian của vụ nổ rất ngắn, nên ta có thể sử dụng xấp xỉ xung lực, bỏ qua lực hấp dẫn và lực cản của không khí. Xem tên lửa là một hệ cô lập về mặt động lượng, do đó động lượng của tên lửa trước khi vụ nổ bằng tổng động lượng của các mảnh vỡ ngay sau vụ nổ:

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f \rightarrow M\vec{v}_i = \frac{M}{3}\vec{v}_1 + \frac{M}{3}\vec{v}_2 + \frac{M}{3}\vec{v}_3$$

Suy ra: $\vec{v}_3 = 3\vec{v}_i - \vec{v}_1 - \vec{v}_2$

Thay số ta được: $\vec{v}_3 = \left(-240\vec{i} + 450\vec{j}\right)$ m/s

Nếu tính động năng của hệ trước và sau khi nổ ta sẽ thấy động năng của hệ tăng lên, do năng lượng được lấy từ nhiên liệu tích trữ trong tên lửa.

9.8 Hệ có thể biến dạng

Các thảo luận trong mục 9.7 có thể được áp dụng để phân tích chuyển động của hệ có thể biến dạng. Ví dụ, giả sử bạn đứng trên một cái ván trượt và đẩy tay vào bờ tường để chuyển động ra xa tường. Ta sẽ mô tả sự việc này như thế nào ?

Lực do bờ tường tác dụng lên tay bạn không bị di chuyển, nó luôn nằm ở chỗ tiếp xúc giữa tay bạn và tường. Do đó lực này không thực hiện công lên hệ gồm có bạn và ván trượt. Tuy nhiên việc đẩy tay vào bức tường để cho người trượt đi thật ra đã làm thay đổi động năng của hệ. Nếu dùng định lý công-động năng, $W = \Delta K$, để mô tả trường hợp này bạn sẽ có nhận xét là vế trái bằng 0, nhưng vế phải khác 0. Định lý công-động năng không đúng cho trường hợp này, và thường không đúng cho các hệ có thể biến dạng. Cơ thể bạn đã bị biến dạng trong suốt sự kiện này: tay bạn đã phải uốn cong để đẩy vào tường, sau đó nó lại duỗi thẳng ra.

Để phân tích chuyển động của hệ có thể biến dạng, ta dùng phương trình 8.2 (bảo toàn năng lượng) và phương trình 9.40 (định lý xung lực-động lượng). Ở ví dụ trên đây, xem hệ gồm người và ván trượt, từ phương trình 8.2 ta có:

$$\Delta E_{sys} = \sum T \rightarrow \Delta K + \Delta U = 0$$

trong đó ΔK là độ biến thiên động năng do tốc độ của hệ tăng và ΔU là độ giảm thế năng tích trữ trong người do thức ăn cung cấp trước đó. Phương trình này nói lên rằng hệ đã chuyển thế năng thành động năng theo cách dùng cơ bắp cần thiết để đẩy vào tường. Chú ý rằng hệ cô lập về năng lượng nhưng không cô lập về động lượng.

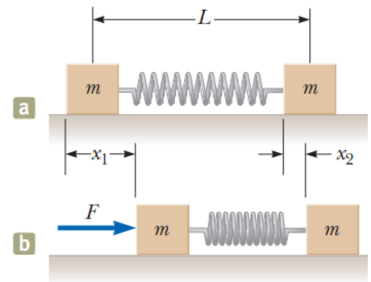
Áp dụng phương trình 9.40 cho hệ trong trường hợp này ta được:

$$\Delta\vec{p}_{tot} = \vec{I} \rightarrow m\Delta\vec{v} = \int \vec{F}_{wall}dt$$

Trong đó $\vec{F}_{wall}$ là lực do tường tác dụng lên tay bạn, m là khối lượng của bạn và ván trượt, $\Delta\vec{v}$ là sự thay đổi vận tốc của hệ trong suốt sự kiện. Để tính vế phải của phương trình này, ta cần biết lực do tường tác dụng lên tay biến thiên theo thời gian như thế nào. Nói chung quá trình này có thể phức tạp. Tuy nhiên trong trường hợp các lực không đổi hoặc các lực thay đổi theo quy luật đơn giản thì tích phân trong vế phải có thể tính được.

Bài tập mẫu 9.15: Đẩy vào một cái lò xo

Hai khối được đặt nằm yên trên một mặt bàn không có ma sát như trên Hình 9.18a. Cả hai khối có cùng khối lượng m và chúng được kết nối với nhau bởi một lò xo khối lượng không đáng kể. Khoảng cách giữa hai khối khi lò xo không bị dãn hoặc nén là L. Trong một khoảng thời gian Δt, một lực không đổi có độ lớn F tác dụng lên khối bên trái theo phương ngang làm nó di chuyển đi một đoạn x_1 như trên Hình 9.18b. Trong khoảng thời gian này, khối bên phải di chuyển đi một đoạn x_2. Vào cuối khoảng thời gian Δt, lực F thôi tác dụng lên khối bên trái. (A) Hãy tìm tốc độ chuyển động của khối tâm của hệ. (B) Tìm năng lượng toàn phần của hệ liên quan đến dao động của khối tâm của hệ sau khi lực F thôi tác dụng.



Hình 9.18 Bài tập mẫu 9.15 (a) Hai khối có khối lượng bằng nhau được nối với nhau bằng một lò xo. (b) Khối bên trái được đẩy với lực không đổi có độ lớn F và dịch chuyển đi một đoạn x_1 trong một khoảng thời gian nào đó. Trong cùng khoảng thời gian này, khối bên phải dịch chuyển một đoạn x_2

Giải:

Phân tích. Hãy tưởng tượng những gì xảy ra khi bạn đẩy khối bên trái. Nó bắt đầu di chuyển sang phải như trên Hình 9.18 và lò xo bắt đầu bị nén. Kết quả là, lò xo đẩy lên khối bên phải làm cho nó bắt đầu di chuyển sang phải. Nói chung, tại thời điểm bất kỳ các khối chuyển động với vận tốc khác nhau. Sau khi loại bỏ lực tác dụng, khối tâm của hệ di chuyển sang phải với tốc độ không đổi, còn hai khối dao động qua lại quanh vị trí khối tâm của hệ.

Ta áp dụng ba mô hình phân tích cho bài toán này: hệ biến dạng gồm hai khối và lò xo được mô hình hóa như một hệ cô lập về mặt năng lượng bởi vì công được thực hiện lên nó bởi lực F tác dụng. Hệ cũng được mô hình hóa như là một hệ không cô lập về mặt động lượng do lực tác dụng lên hệ trong một khoảng thời gian. Bởi vì lực tác dụng lên hệ là không đổi, nên gia tốc của khối tâm của hệ không đổi và khối tâm của hệ được mô hình hóa như một chất điểm có gia tốc không đổi.

(A) Sử dụng mô hình hệ không cô lập (động lượng), ta áp dụng định lý động lượng - xung lực cho hệ hai khối:

$$\Delta p_x = I_x \rightarrow (2m)(v_{CM} - 0) = F\Delta t \text{ suy ra } 2mv_{CM} = F\Delta t \quad (1)$$

Trong khoảng thời gian Δt, khối tâm của hệ di chuyển đi một đoạn $\frac{1}{2}(x_1 + x_2)$, suy ra:

$$\Delta t = \frac{\frac{1}{2}(x_1 + x_2)}{v_{CM,avg}}$$

Vì khối tâm được mô hình hoá như chất điểm có gia tốc không đổi nên tốc độ trung bình của khối tâm là trung bình của tốc độ ban đầu (bằng không) và tốc độ cuối cùng (v_{CM}):

$$\Delta t = \frac{\frac{1}{2}(x_1 + x_2)}{\frac{1}{2}(0 + v_{CM})} = \frac{x_1 + x_2}{v_{CM}}$$

Thay biểu thức này vào (1) ta có:

$$2mv_{CM} = F\frac{x_1 + x_2}{v_{CM}}\text{ , suy ra: } v_{CM} = \sqrt{F\frac{x_1 + x_2}{2m}}$$

(B) Năng lượng dao động của hệ là tất cả năng lượng của hệ ngoài động năng liên quan đến chuyển động tịnh tiến của khối tâm. Để tìm ra năng lượng dao động, ta áp dụng phương trình bảo toàn năng lượng. Động năng của hệ thống có thể được biểu diễn bằng $K = K_{CM} + K_{vib}$, trong đó K_{vib} là động năng của các khối so với khối tâm do dao động của chúng. Thế năng của hệ là U_{vib}, là thế năng được tích trữ trong lò xo khi khoảng cách giữa các khối là một giá trị khác với L. Từ mô hình hệ không cô lập (năng lượng), phương trình (8.2) đối với hệ này là:

$$\Delta K_{CM} + \Delta K_{vib} + \Delta U_{vib} = \mathrm{W} \quad (2)$$

Hoặc $\Delta K_{CM} + \Delta E_{vib} = \mathrm{W}$ trong đó $E_{vib} = K_{vib} + U_{vib}$

Giá trị ban đầu của động năng của khối tâm và năng lượng dao động của hệ là bằng không. Dùng sự kiện này và viết biểu thức của công bằng lực nhân với đường đi ta có:

$$K_{CM} + E_{vib} = W = Fx_1.$$

Suy ra:

$$E_{vib} = Fx_1 - K_{CM} = Fx_1 - \frac{1}{2}(2m)v_{CM}^2 = F\frac{(x_1 - x_2)}{2}$$

Hoàn tất. Các kết quả trong câu (A) và (B) của ví dụ này đều không phụ thuộc vào độ dài của lò xo, hằng số lò xo hoặc khoảng thời gian. Cũng lưu ý rằng độ dịch chuyển x_1 của điểm chịu tác dụng của lực khác với độ dịch chuyển $\frac{1}{2}(x_1 + x_2)$ của khối tâm của hệ. Sự khác biệt này nhắc nhở chúng ta rằng độ dịch chuyển trong định nghĩa công (7.1) là điểm tác dụng của lực.

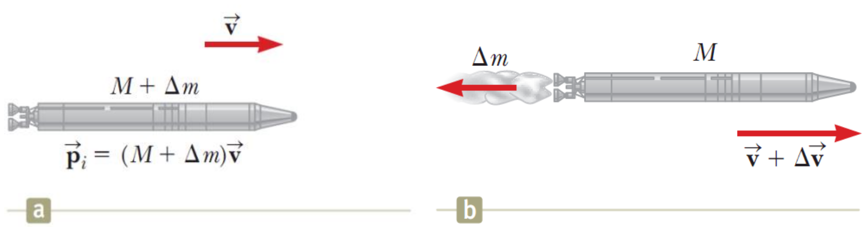
9.9 Chuyển động của tên lửa

Khi các phương tiện thông thường như xe ô tô được đẩy về phía trước, lực phát động là lực ma sát. Trong trường hợp ô tô, lực phát động được thực hiện bởi đường lên xe. Ta có thể mô hình xe ô tô như một hệ không cô lập về động lượng. Một xung lực được lòng đường tác dụng lên xe và kết quả là sự thay đổi động lượng của ô tô như mô tả ở phương trình (9.40).

Tuy nhiên, một tên lửa chuyển động trong không gian không có mặt đường để đẩy nó đi. Tên lửa là một hệ cô lập về động lượng. Do đó, nguồn gốc của sự đẩy tới của tên lửa phải là cái gì khác hơn là một ngoại lực. Hoạt động của tên lửa phụ thuộc vào các định luật bảo toàn động lượng như đã áp dụng cho hệ cô lập, ở đó hệ gồm tên lửa và nhiên liệu đẩy ra của nó.

Có thể hiểu được sự đẩy tới của tên lửa bởi khảo sát trước đây về người bắn cung đứng trên mặt băng không ma sát trong ví dụ 9.1. Hãy tưởng tượng người bắn cung bắn một số mũi tên theo phương ngang. Với mỗi mũi tên bắn đi, người bắn cung nhận được một động lượng bù theo hướng ngược lại. Bắn càng nhiều mũi tên đi, người bắn sẽ chuyển động lùi lại càng lúc càng nhanh trên băng. Ngoài việc phân tích dựa vào động lượng này, ta cũng có thể hiểu được hiện tượng này dựa vào định luật 2 và định luật 3 Newton. Mỗi khi cung đẩy mũi tên đi tới, mũi tên đẩy cánh cung và người bắn về phía sau, và các lực này gây ra gia tốc cho người.

Theo cách tương tự, khi tên lửa chuyển động trong không gian, động lượng của nó thay đổi vì một phần khối lượng của nó được phóng ra dưới dạng khí thải. Vì các khí thải có động lượng khi bị đẩy ra khỏi động cơ nên tên lửa sẽ nhận được phần động lượng bù vào theo hướng ngược lại. Do đó tên lửa được tăng tốc như là kết quả của sự « đẩy đi » hoặc « tống đi » do khí thải. Trong không gian, khối tâm của hệ (gồm tên lửa và khí đẩy ra) chuyển động



Hình 9.19 Chuyển động của tên lửa (a) Khối lượng của tên lửa và nhiên liệu là $M+\Delta m$ tại thời điểm t, tốc độ v ; (b) Tại thời điểm $t+\Delta t$, khối lượng của tên lửa giảm xuống, còn M, và lượng nhiên liệu Δm đã bị đẩy ra. Tốc độ của tên lửa tăng

đều, độc lập với quá trình đẩy. (Các tên lửa và các cung thủ tiêu biểu cho các trường hợp ngược lại của một va chạm hoàn toàn không đàn hồi: động lượng được bảo toàn, nhưng động năng của hệ tên lửa và khí thải tăng lên (trả giá bằng thế năng hóa học trong nhiên liệu). Động năng của hệ cung thủ và mũi tên cũng tăng (trả giá bằng năng lượng từ các bữa ăn trước đó của người bắn cung).

Giả sử tại một thời điểm t nào đó, độ lớn của động lượng của hệ tên lửa và nhiên liệu của nó là $(M + \Delta m)v$, trong đó v là tốc độ của tên lửa so với Trái đất (hình 9.19a). Trong khoảng thời gian rất ngắn Δt, tên lửa phóng ra nhiên liệu khối lượng Δm. Tại thời điểm $t + \Delta t$, khối lượng tên lửa là M và tốc độ của nó là $v + \Delta v$, trong đó Δv là độ thay đổi tốc độ của tên lửa (hình 9.19b). Nếu nhiên liệu được phóng ra với tốc độ v_e so với tên lửa (e kí hiệu exhaust, v_e

thường được gọi là tốc độ thải), tốc độ của nhiên liệu thải so với Trái đất là $v - v_e$. Vì hệ tên lửa và nhiên liệu thải là cô lập, ta có thể cân bằng tổng động lượng trước và sau của hệ để thu được:

$$\Delta p = 0 \to p_i = p_f \to (M + \Delta m)v = M(v + \Delta v) + \Delta m(v - v_e)$$

Rút gọn biểu thức này ta được:

$$M\Delta v = v_e \Delta m$$

Nếu lấy giới hạn $\Delta t \to 0$, khi đó $\Delta v \to dv$, $\Delta m \to dm$. Hơn nữa, sự tăng khối lượng thải dm tương ứng với sự giảm khối lượng tên lửa bằng nhau về độ lớn, nên $dm = -dM$. Chú ý rằng dM là âm vì nó biểu diễn sự giảm khối lượng, nên $-dM$ là số dương. Suy ra:

$$Mdv = v_e dm = -v_e dM \tag{9.43}$$

Chia phương trình này cho M rồi lấy tích phân, với khối lượng lúc đầu của tên lửa và nhiên liệu bằng M_i và khối lượng lúc sau của tên lửa và nhiên liệu còn lại là M_f. Kết quả là:

$$\int_{v_i}^{v_f} dv = -v_e \int_{M_i}^{M_f} \frac{dM}{M}$$

$$v_f - v_i = v_e \ln \frac{M_i}{M_f} \tag{9.43}$$

(9.43) *là công thức cơ bản của chuyển động tên lửa.*

- Phương trình (9.43) cho biết sự tăng tốc độ của tên lửa tỉ lệ thuận với tốc độ thải v_e của khí thải. Do đó tốc độ thải rất lớn.
- Sự tăng tốc độ tên lửa tỉ lệ thuận với logarit tự nhiên của tỉ số $\frac{M_i}{M_f}$. Do đó tỉ số này càng lớn càng tốt, nghĩa là khối lượng của tên lửa càng nhỏ càng tốt và tên lửa mang càng nhiều nhiên liệu càng tốt.

Lực đẩy tên lửa là lực do khí thải tác dụng lên tên lửa khi được phóng ra. Từ định luật 2 Newton và phương trình (9.42) ta thu được công thức cho lực đẩy:

$$Thust = M\frac{dv}{dt} = \left| v_e \frac{dM}{dt} \right| \tag{9.44}$$

Biểu thức này chỉ ra rằng lực đẩy tăng khi tốc độ thải tăng và tốc độ thay đổi khối lượng (được gọi là tốc độ đốt cháy nhiên liệu) tăng.

Tóm tắt chương 9

Định nghĩa

Động lượng của một chất điểm khối lượng m chuyển động với vận tốc $\vec{v}$ là:

$$\vec{p} = m\vec{v} \tag{9.2}$$

Xung lực truyền cho chất điểm bởi hợp lực $\sum \vec{F}$ thì bằng tích phân theo thời gian của hợp lực đó:

$$\vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} \sum \vec{F}\, dt \tag{9.9}$$

Va chạm không đàn hồi là va chạm mà động năng của hệ các chất điểm không được bảo toàn.
Va chạm hoàn toàn không đàn hồi là va chạm mà các chất điểm của hệ dính vào nhau sau khi va chạm.

Va chạm đàn hồi là va chạm mà động năng của hệ được bảo toàn.
Vectơ vị trí của khối tâm của hệ chất điểm được định nghĩa là:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \vec{r}_i \tag{9.31}$$

Trong đó $M = \sum_i m_i$ là tổng khối lượng của hệ, và $\vec{r}_i$ là vectơ vị trí của chất điểm thứ i.

Khái niệm và nguyên lý

Véctơ vị trí của khối tâm của vật rắn được tính theo công thức tích phân sau:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M}\int \vec{r}\, dm \tag{9.34}$$

Vận tốc khối tâm của hệ chất điểm là:

$$\vec{v}_{CM} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \vec{v}_i \tag{9.35}$$

Tổng động lượng của hệ chất điểm bằng tổng khối lượng nhân với vận tốc khối tâm của hệ.

Định luật 2 Newton áp dụng cho hệ chất điểm là:

$$\sum_i \vec{F}_{ext} = M\vec{a}_{CM} \tag{9.39}$$

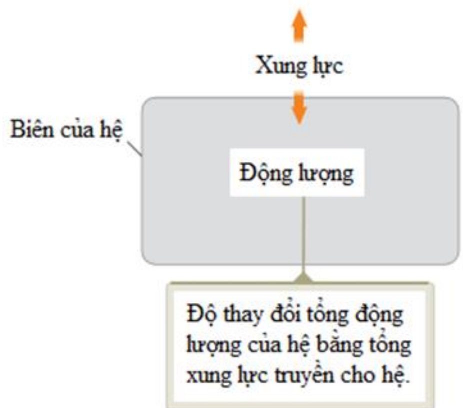
trong đó $\vec{a}_{CM}$ là gia tốc khối tâm và $\sum_i \vec{F}_{ext}$ là tổng các ngoại lực. Khối tâm chuyển động giống như một chất điểm tưởng tượng có khối lượng M chịu tác dụng của tổng ngoại lực tác dụng lên hệ.

Các mô hình phân tích

Hệ không cô lập (động lượng)

Nếu một hệ tương tác với môi trường của nó theo nghĩa có một ngoại lực tác dụng lên hệ, thì hoạt động của hệ được mô tả bởi định lý xung lực-động lượng:

$$\Delta\vec{p}_{tot} = \vec{I} \qquad (9.40)$$

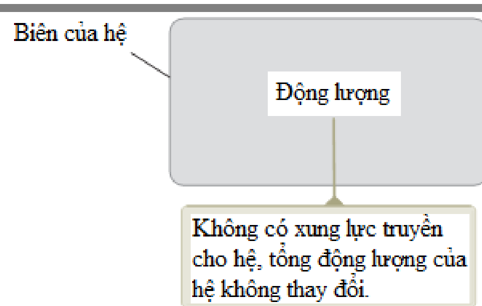


Hệ cô lập (động lượng)

Nguyên lý bảo toàn động lượng chỉ ra rằng tổng động lượng của một hệ cô lập (không có ngoại lực) được bảo toàn, không phụ thuộc bản chất của các lực tương tác giữa các chất điểm của hệ:

$$\Delta\vec{p}_{tot} = 0 \quad (9.41)$$

Hệ có thể cô lập về mặt động lượng nhưng không cô lập về mặt nănglượng, như trong trường hợp va chạm không đàn hồi.



Câu hỏi lý thuyết chương 9

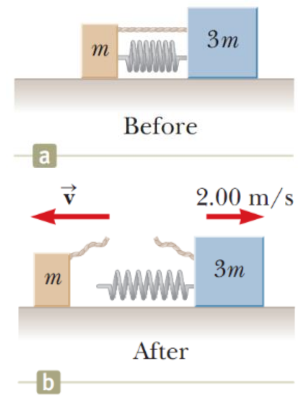
1. Một ô tô được thả trôi cho chuyển động từ đỉnh một cái dốc. Chiếc xe lăn xuống không có tiếng động dọc theo một đường thẳng không ma sát, và nó dính với một ô tô khác có khối lượng nhỏ hơn đang đứng yên, sau đó hai chiếc xe cùng nhau chuyển động xuống mà không có ma sát. Xét hai chiếc xe như một hệ từ thời điểm chiếc đầu tiên bắt đầu lăn xuống cho đến khi hai xe dính với nhau. Trả lời các câu hỏi có hoặc không sau đây. (a) Cơ năng của hệ có bảo toàn không? (b) Động lượng của hệ có bảo toàn không? Tiếp theo, chỉ xét quá trình ô tô thứ nhất bắt đầu lăn xuống dốc. Đối với hệ ô tô - Trái đất, (c) cơ năng có bảo toàn không? (d) động lượng có bảo toàn không? Cuối cùng, xét hệ hai ô tô khi đã kết nối với nhau (e) cơ năng có bảo toàn không? (f) động lượng có bảo toàn không?

2. Hai chất điểm có khối lượng khác nhau bắt đầu chuyển động từ trạng thái đứng yên. Hợp lực tác dụng lên hai chất điểm là như nhau khi chúng di chuyển được các khoảng cách bằng nhau. Động năng cuối cùng của chúng so với nhau thì thế nào? (a) chất điểm có khối lượng lớn hơn có động năng lớn hơn. (b) chất điểm có khối lượng nhỏ hơn có động năng lớn hơn. (c) Hai chất điểm có động năng bằng nhau. (d) Một trong hai chất điểm có thể có động năng lớn hơn.
3. Về chủ đề của các quan điểm sau, hãy nêu quan điểm của riêng bạn và tranh luận để ủng hộ nó. (a) Lý thuyết chuyển động tốt nhất đó là lực gây ra gia tốc. (b) Thước đo chính xác hiệu quả của lực là công do nó thực hiện, và lý thuyết chuyển động tốt nhất là công thực hiện lên một vật làm thay đổi năng lượng của vật. (c) Thước đo chính xác về tác dụng của lực là xung lực, và lý thuyết chuyển động tốt nhất là xung lực truyền cho một vật thay đổi động lượng của vật.
4. Có phải lực lớn hơn tác dụng lên một vật thì luôn gây ra độ biến thiên động lượng của vật lớn hơn so với lực nhỏ hơn không? Hãy giải thích.
5. (a) Khối tâm của một tên lửa chuyển động trong không gian có gia tốc không? Hãy giải thích. (b) Tốc độ của tên lửa có vượt quá tốc độ thải của nhiên liệu không? Hãy giải thích.

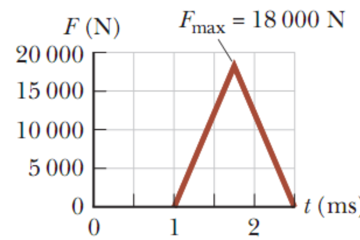
Bài tập chương 9

1. Một vật có động năng 275 J và động lượng 25.0 kg.m/s. Hãy tìm tốc độ và khối lượng của vật.
2. Một chiếc xe trượt tuyết nặng 17.5 kg đang chuyển động trên một bề mặt tuyết nằm ngang với tốc độ 3.5 m/s. Sau 8.75 s thì xe dừng lại. Hãy dùng cách tiếp cận động lượng để tìm lực ma sát trung bình tác dụng lên xe khi xe đang chuyển động.
3. Một quả bóng chày có khối lượng 145 g đang chuyển động theo phương ngang với tốc độ 45.0 m/s thì bị đánh bằng một cái gậy. Sau khi bị đánh quả bóng bay thẳng đứng lên trên với tốc độ 55.0 m/s. Thời gian tiếp xúc của gậy với bóng trong cú đánh là 2.00 ms. Hỏi vectơ lực trung bình mà quả bóng tác dụng lên gậy trong khoảng thời gian đó?
4. Hai anh em đi giày trượt patin đứng gần nhau và đối diện nhau. Người anh nặng 65kg, người em nặng 40kg. Người em đẩy mạnh vào người anh làm cho người anh chuyển động về phía tây với tốc độ 2.9m/s. Bỏ qua ma sát. (a) Hãy mô tả chuyển động của người em ngay sau khi đẩy vào người anh. (b) Bao nhiêu thế năng bên trong cơ thể người em đã được chuyển thành cơ năng của hệ 2 anh em. (c) Động lượng của hệ 2 anh em có bảo toàn trong quá trình đẩy không?

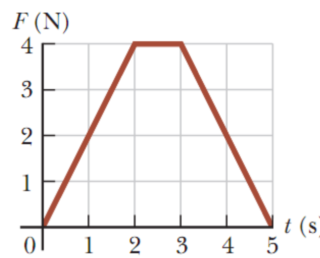
5. Hai vật khối lượng m và 3m được đặt trên mặt bàn nằm ngang không có ma sát. Một lò xo nhẹ được gắn vào vật 3m. Các vật được đẩy lại gần nhau, khi đó lò lò xo bị nén, và hệ được giữ chặt bằng một sợi dây (hình). Sau đó sợi dây bị đốt cho đứt ra, khi đó vật 3m chạy về bên phải với tốc độ 2 m/s. (a) Hỏi vận tốc của vật khối lượng m. (b) Thế năng đàn hồi ban đầu của hệ, lấy m = 0.350 kg. (c) Năng lượng ban đầu của hệ trước khi đốt sợi dây được tích trữ trong lò xo hay trong sợi dây. (d) Giải thích câu trả lời trong câu (c). Động lượng của hệ có được bảo toàn trong quá trình đốt sợi dây để cho các vật chạy ra xa nhau không?



6. Đường gấp khúc trên hình thể hiện lực tác dụng biến thiên theo thời gian khi dùng gậy đánh vào quả bóng chày đang chuyển động. Từ đường cong này, hãy xác định (a) độ lớn của xung lực được truyền tới quả bóng và (b) lực trung bình tác dụng lên quả bóng.

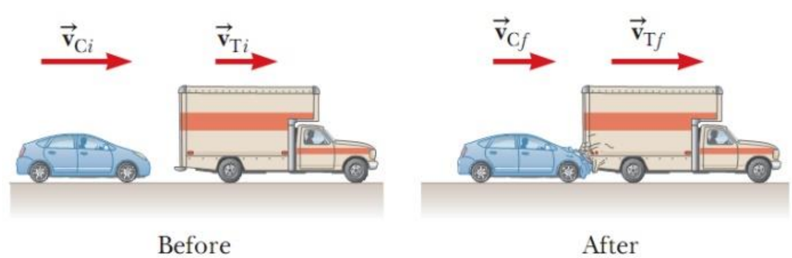


7. Độ lớn của lực tác dụng theo hướng x lên chất điểm nặng 2.5kg biến thiên theo thời gian như hình bên. Hãy tính (a) xung lực tác dụng trong khoảng thời gian 5s, (b) vận tốc của chất điểm sau 5s nếu lúc đầu nó đứng yên, (c) vận tốc của chất điểm sau 5s nếu lúc đầu vận tốc của nó là – 2i m/s và (d) lực trung bình tác dụng lên chất điểm trong khoảng thời gian từ 0-5s.



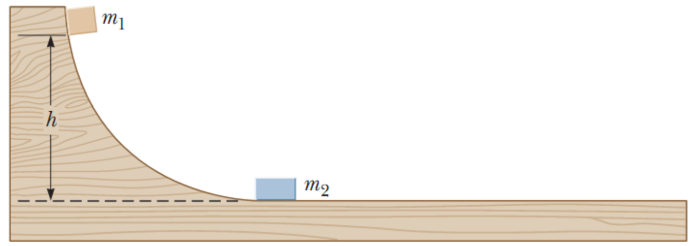
8. Sàn chịu lực là một dụng cụ được dùng để phân tích hiệu suất của các vận động viên bằng cách đo lực thẳng đứng mà vận động viên tác dụng lên mặt đất theo thời gian. Từ trạng thái đứng yên, một vận động viên nặng 65.0 kg nhảy xuống sàn chịu lực từ độ cao 0.600 m. Trong khoảng thời gian cô ta tiếp xúc với sàn từ 0 đến 0.800 s, lực tác dụng lên sàn được mô tả bởi hàm $F = 9200t - 11500t^2$, trong đó F tính bằng Newton và t tính bằng giây. (a) Hỏi xung lực mà vận động viên nhận được do tác dụng của sàn? (b) Tốc độ của vận động viên khi chạm sàn? (c) Tốc độ của vận động viên khi bật lên khỏi sàn? (d) Độ cao lớn nhất mà vận động viên đạt được khi bật lên khỏi sàn?

9. Một xe hơi nặng 1200 kg đang chạy với tốc độ v_{Ci} = 25.0 m/s theo hướng đông thì đâm vào phía sau của một xe tải nặng 9000 kg đang di chuyển cùng một hướng với tốc độ v_{Ti} = 20.0 m/s (hình P9.22). Vận tốc của xe hơi ngay sau va chạm là v_{Cf} = 18.0 m/s về phía đông. (a) Hỏi vận tốc của xe tải ngay sau khi va chạm là bao nhiêu? (b) Độ biến thiên cơ năng của hệ xe hơi – xe tải trong va chạm này bằng bao nhiêu? (c) Giải thích sự biến thiên cơ năng đó.



10. Một viên đạn nặng 10.0 g được bắn vào một khối gỗ có khối lượng m = 5.00 kg đang đứng yên. Viên đạn cắm vào khối gỗ. Tốc độ của hệ đạn - gỗ ngay sau va chạm là 0.600 m/s. Hỏi tốc độ ban đầu của viên đạn bằng bao nhiêu?

11. Hai vật m_1 = 5.00 kg và m_2 = 10.00 kg có thể trượt không ma sát dọc theo đường ray bằng gỗ như trên hình. Vật m_1 được thả từ vị trí có độ cao h = 5.00 m so với phần đường ray nằm ngang để cho va chạm với vật m_2 đang đứng yên. Va chạm giữa hai vật là va chạm đàn hồi. Tính độ cao lớn nhất mà m_1 đạt được sau khi va chạm.



12. Một quả bóng khúc côn cầu trên băng nặng 0.3 kg đang nằm yên trên một bề mặt nằm ngang không có ma sát thì bị đánh bởi một quả bóng khác nặng 0.2 kg chuyển động dọc theo trục x với tốc độ 2 m/s. Sau khi va chạm, quả bóng nặng 0.2 kg chuyển động với tốc độ 1.0 m/s theo góc 53^0 so với hướng dương của trục x. (b) Hãy xác định vận tốc của quả bóng 0.3 kg sau khi va chạm (b) Hãy tính phần động năng được truyền ra bên ngoài hoặc chuyển sang dạng khác trong khi va chạm.

13. Một quả bóng bi da chuyển động với tốc độ 5.00 m/s đến đập vào một quả bóng bi da khác có cùng khối lượng đang đứng yên. Sau khi va chạm, quả bóng thứ nhất chuyển động với tốc độ 4.33 m/s theo góc 30.0^0 so với đường thẳng ban đầu của chuyển động. Giả sử va chạm đàn hồi (và bỏ qua ma sát và chuyển động quay), tìm vận tốc của quả bóng bị đập vào sau va chạm.

14. Bốn vật được đặt nằm dọc theo trục y tại các vị trí như sau: vật 2.0 kg ở vị trí 13.0 m, vật 3.0 kg ở vị trí 12.5 m, vật 2.5 kg ở gốc toạ độ và vật 4.0 kg ở vị trí -0.5 m. Vị trí khối tâm của hệ các vật này nằm ở đâu?

15. Một thanh dài 30.0 cm có mật độ khối lượng dài (khối lượng trên một đơn vị độ dài) được cho bởi $\lambda = 50.0 + 20.0x$, trong đó x là khoảng cách tính từ một đầu thanh, đơn vị là mét, và λ tính bằng g/m. (a) Khối lượng của thanh bằng bao nhiêu? (b) Khối tâm của thanh cách đầu x = 0 một khoảng bằng bao nhiêu?

16. Một chất điểm nặng 2.0 kg có véctơ vận tốc (2.00 **i**+3.00 **j**) m/s và một chất điểm nặng 3.0 kg có véctơ vận tốc (1.00 **i** + 6.00 **j**) m/s. Hãy tìm (a) vận tốc của khối tâm của hệ và (b) động lượng toàn phần của hệ hai chất điểm.

17. Một quả bóng khối lượng 0.2 kg có vận tốc 1.5 **i** m/s va chạm trực diện, đàn hồi với một quả bóng khối lượng 0.3 kg có vận tốc -0.4 **i** m/s. (a) Tìm vận tốc của các vật sau khi va chạm. (b) Tìm vận tốc khối tâm của hệ hai chất điểm trước và sau khi va chạm.

18. Một người nặng 60.0 kg uốn cong đầu gối của mình và nhảy thẳng lên. Sau khi chân rời sàn nhà, chuyển động của anh ta không bị ảnh hưởng bởi sức cản không khí và khối tâm của anh ta lên tới độ cao tối đa bằng 15.0 cm. Giả sử sàn nhà rất cứng và không chuyển động. (a) Sàn có truyền xung lực cho người đó không? (b) Sàn có thực hiện công lên người đó không? (c) Hãy tìm động lượng của người khi nhảy lên khỏi sàn? (d) Có thể nói rằng động lượng này đến từ sàn nhà không? Hãy giải thích. (e) Động năng của người

đó khi nhảy lên khỏi sàn nhà bằng bao nhiêu? (f) Có thể nói rằng động năng này đến từ sàn nhà không? Giải thích.

19. Động cơ của một tên lửa mô hình có lực đẩy trung bình là 5.26 N. Khối lượng ban đầu của nó là 25.5 g, trong đó gồm khối lượng nhiên liệu là 12.7 g. Thời gian đốt cháy nhiên liệu là 1.90 s. (a) Tốc độ thải trung bình của động cơ là bao nhiêu? (b) động cơ này được đặt trong một thân tên lửa có khối lượng 53.5 g. Nếu nó được bắn đi từ trạng thái đứng yên ra ngoài không gian bởi một phi hành gia đang ở ngoài vũ trụ, hãy tìm vận tốc cuối cùng của tên lửa. Giả sử nhiên liệu cháy với tốc độ không đổi.

20. Trong đại hội thể thao Olympic năm 1968, vận động viên nhảy cao Dick Fosbury của Đại học Oregon đã giới thiệu một kỹ thuật nhảy cao gọi là “Fosbury flop” (lưng qua xà). Nó đã góp phần nâng cao kỷ lục thế giới khoảng 30 cm và hiện nay được sử dụng bởi gần như mọi vận động viên nhảy cao đẳng cấp thế giới. Trong kỹ thuật này, khi qua xà vận động viên ngửa mặt lên đồng thời cong lưng càng nhiều càng tốt như trên hình (a). Động tác này làm cho khối tâm của vận động viên nằm ra ngoài cơ thể, ở dưới lưng của vận động viên. Khi cơ thể của vận động viên đi qua xà, khối tâm đi qua bên dưới xà. Bởi vì để đưa khối tâm cơ thể lên một độ cao nào đó thì vận động viên cần sử dụng một năng lượng nhất định, do đó động tác cong lưng của vận động viên làm cho cơ thể lên cao hơn khi lưng để thẳng. Mô hình hoá vận động viên như một thanh đồng nhất mỏng có chiều dài L. Khi thanh thẳng, khối tâm của nó nằm tại tâm của nó. Bây giờ uốn cong thanh thành một cung tròn sao cho nó chắn một góc 90.0^0 ở tâm như trên hình (b). Theo hình dạng này thì khối tâm của thanh nằm cách thanh bao xa?