

Chương 7 Năng lượng của một hệ



hiều bài toán có thể giải được nhờ các định luật Newton và các nguyên lý liên quan. Tuy nhiên, về mặt lý thuyết có nhiều bài toán có thể giải được bằng các định luật Newton nhưng thực tế thì rất phức tạp. Các bài toán đó lại có thể giải một cách dễ dàng bằng một cách khác.

Khái niệm về *năng lượng* là một trong những chủ đề quan trọng nhất trong khoa học và kỹ thuật. Mỗi quá trình vật lý xảy ra trong vũ trụ đều liên quan đến việc chuyển hóa từ dạng năng lượng này sang dạng năng lượng khác. Trên cơ sở khái niệm năng lượng, người ta đã phát triển những phương pháp mới cho phép giải các bài toán vật lý một cách dễ dàng mà khi giải bằng các định luật Newton thì lại rất khó khăn. Chương này sẽ giới thiệu khái niệm *hệ* và các cách *lưu trữ năng lượng* trong một hệ.

7.1 Hệ và môi trường

Một hệ là một phần nhỏ của cả vũ trụ. Một hệ có thể là một vật hoặc một chất điểm, một tập hợp nhiều vật hoặc nhiều chất điểm, hay một vùng không gian nào đó. Một hệ sẽ có ranh giới với bên ngoài. Bên ngoài biên giới của hệ là *môi trường*. Biên giới của một hệ có thể là một bề mặt thực hoặc một bề mặt tưởng tượng, không nhất thiết trùng với một bề mặt thực. Biên giới chia vũ trụ thành hệ và môi trường. Kích thước và hình dạng của một hệ có thể thay đổi theo thời gian.

Ví dụ một hệ: Khi có một lực tác dụng vào một vật trong không gian trống rỗng thì hệ là vật đó, bề mặt của vật là ranh giới của hệ.

Những điều cần chú ý khi giải toán:

- Xác định hệ
- Cũng xác định một ranh giới hệ
- Lực ảnh hưởng lên hệ từ môi trường tác động xuyên qua ranh giới của hệ.

7.2 Công thực hiện bởi một lực không đổi

Công (ký hiệu là W) thực hiện bởi một tác nhân tác dụng một ngoại lực không đổi lên hệ là một đại lượng được xác định bằng tích của độ lớn lực F với độ dịch chuyển Δr của điểm đặt lực nhân với $\cos\theta$, với θ là góc tạo bởi vectơ lực và vectơ độ dịch chuyển.

$$W = F\Delta r \cos\theta \quad (7.1)$$

Chú ý rằng độ dịch chuyển ở đây là độ dịch chuyển của điểm mà lực tác dụng vào.

Lực sẽ không thực hiện công trên một vật chuyển động nếu điểm đặt lực không chuyển động cùng với phương dịch chuyển. Công thực hiện bởi một lực làm cho vật dịch chuyển có độ lớn bằng 0 khi lực vuông góc với phương dịch chuyển.

Độ dịch chuyển trong công thức tính công

Nếu lực tác dụng vào một vật rắn được xem như một chất điểm thì độ dịch chuyển giống như độ dịch chuyển của chất điểm. Đối với vật biến dạng thì độ dịch chuyển của vật không giống với độ dịch chuyển mà lực tác dụng vào. Do đó, để xác định độ dịch chuyển chúng ta chỉ xét đến điểm mà lực tác dụng vào.

Phản lực pháp tuyến và lực hấp dẫn không sinh ra công trên vật vì $\cos \theta = \cos 90^\circ = 0$. Chỉ có lực \vec{F} thực hiện công trên vật.

Dấu của công phụ thuộc vào hướng của lực và hướng của độ dịch chuyển. Công dương khi lực và độ dịch chuyển có cùng hướng, công âm khi chúng ngược hướng.

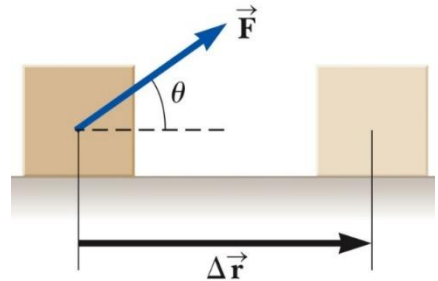
Công là một đại lượng vô hướng. Đơn vị của công là joule (J).

- 1 joule = 1 newton. 1 meter = $\text{kg.m}^2/\text{s}^2$
- $J = \text{N.m}$

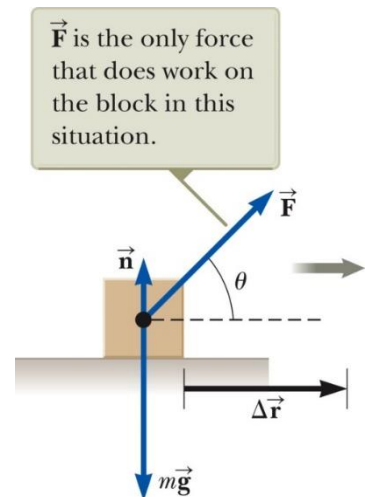
Công là một dạng năng lượng trao đổi

Nếu công thực hiện trên một hệ nhận giá trị dương thì năng lượng được truyền vào hệ; còn nếu công thực hiện trên một hệ nhận giá trị âm thì năng lượng thoát ra khỏi hệ. Nếu một hệ tương tác với môi trường ngoài thì sự tương tác đó có thể xem như sự trao đổi năng lượng truyền qua biên giới của hệ. Điều này dẫn đến một sự thay đổi của năng lượng dự trữ trong hệ.

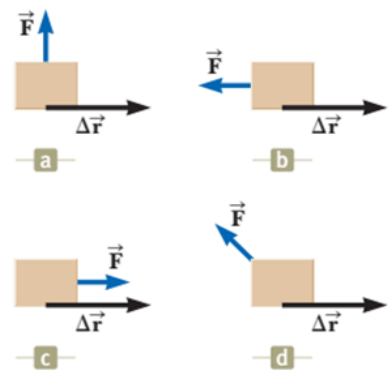
Câu hỏi 7.1: Lực hấp dẫn Mặt trời tác dụng lên Trái đất giữ cho Trái đất chuyển động trên quỹ đạo quanh Mặt trời. Giả sử quỹ đạo là đường tròn. Hỏi công của lực hấp dẫn này thực hiện khi Trái đất di chuyển một quãng đường trong một khoảng thời gian ngắn trên quỹ đạo là: (a) bằng không? (b) dương? (c) âm? (d) không thể xác định được?



Hình 7.1 Một vật dịch chuyển dưới tác dụng của một lực không đổi.



Hình 7.2 Phản lực pháp tuyến và trọng lực không sinh công, chỉ có lực \vec{F} sinh công.



Hình 7.3 Hình cho câu hỏi 7.2.

Câu hỏi 7.2: Trên hình 7.3, các lực có độ lớn bằng nhau, quãng đường dịch chuyển của vật sang phải bằng nhau. Hãy sắp xếp theo thứ tự giá trị của công do lực thực hiện trên vật từ dương nhất đến âm nhất.

7.3 Tích vô hướng 2 vector

Tích vô hướng của hai vector \vec{A} và \vec{B} , được kí hiệu là $\vec{A} \cdot \vec{B}$ và có giá trị bằng:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} \equiv AB \cos \theta$$

Với θ là góc giữa hai vector \vec{A} và \vec{B}

Tích vô hướng có tính chất giao hoán:

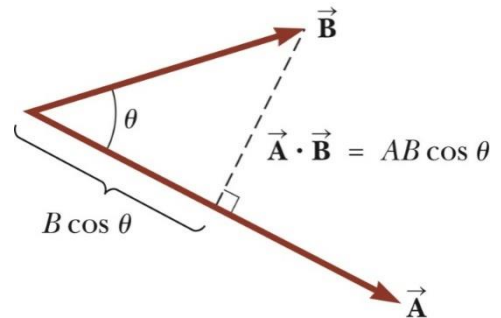
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

và tính chất kết hợp:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

Áp dụng vào công thức tính công, ta được:

$$W = F \Delta r \cos \theta = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} \quad (7.2)$$

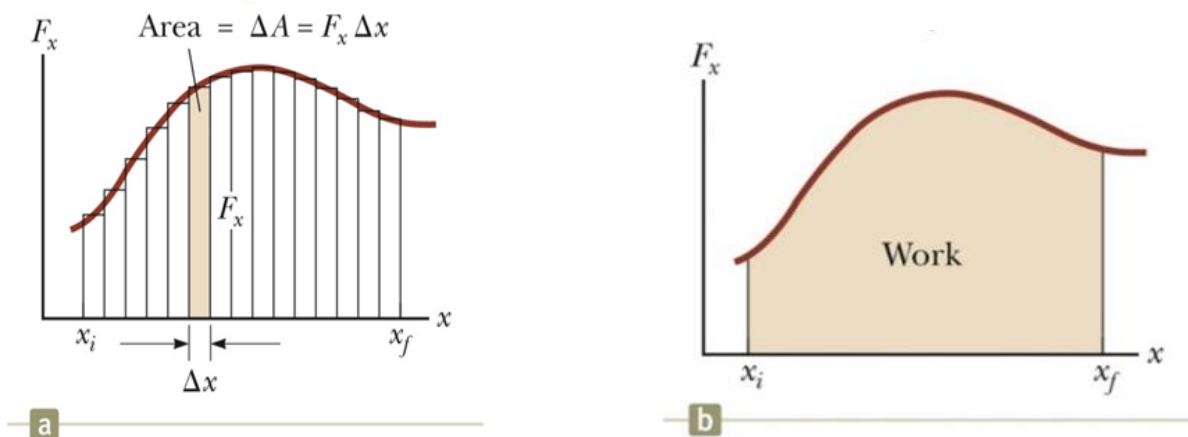


Hình 7.4 Tích vô hướng 2 vector.

7.4 Công được thực hiện bởi lực có độ lớn thay đổi

Để sử dụng công thức $W = F \Delta r \cos \theta$ lực phải không đổi, do đó công thức này không thể sử dụng cho việc tính công của một lực biến thiên. Giả sử rằng trong khoảng dịch chuyển rất nhỏ Δx , F_x là hằng số thì trong khoảng đó $W = F_x \Delta x$. Vì vậy, trên cả quãng đường dịch chuyển từ vị trí đầu x_i đến vị trí cuối x_f thì:

$$W \approx \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x$$



Hình 7.5 (a) Công sinh ra bởi thành phần F_x của lực khi điểm đặt lực dịch chuyển một đoạn Δx (b) Công sinh ra bởi thành phần F_x của lực khi điểm đặt lực dịch chuyển từ x_i đến x_f

Nếu đoạn dịch chuyển Δx tiến tới 0. Ta có:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

Do đó,

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx \tag{7.3}$$

Trên đồ thị, công được tính bằng diện tích giới hạn bởi đường cong nằm giữa x_i và x_f .

Công thực hiện bởi nhiều lực

Nếu có nhiều lực tác dụng lên hệ và hệ có thể xem như một chất điểm, thì tổng công tác dụng lên hệ là công tác dụng bởi hợp lực:

$$\sum W = W_{ext} = \int_{x_i}^{x_f} (\sum F_x) dx$$

Kí hiệu “ext” để chỉ công thực hiện bởi các yếu tố tác động từ bên ngoài hệ.

Trong trường hợp tổng quát, độ lớn và chiều của hợp lực có thể thay đổi, lúc đó:

$$\sum W = W_{ext} = \int_{x_i}^{x_f} (\sum \vec{F}) d\vec{r} \tag{7.4}$$

Nếu hệ không thể xem như một chất điểm thì tổng công bằng tổng đại số các công thực hiện bởi từng lực:

$$\sum W = W_{ext} = \sum \int \vec{F} \cdot d\vec{r} \tag{7.5}$$

Công thực hiện bởi một lò xo

Đây là một mô hình vật lý cho trường hợp lực thay đổi phụ thuộc vào vị trí.

Lực đàn hồi (Định luật Hooke)

Lực tác dụng bởi lò xo là

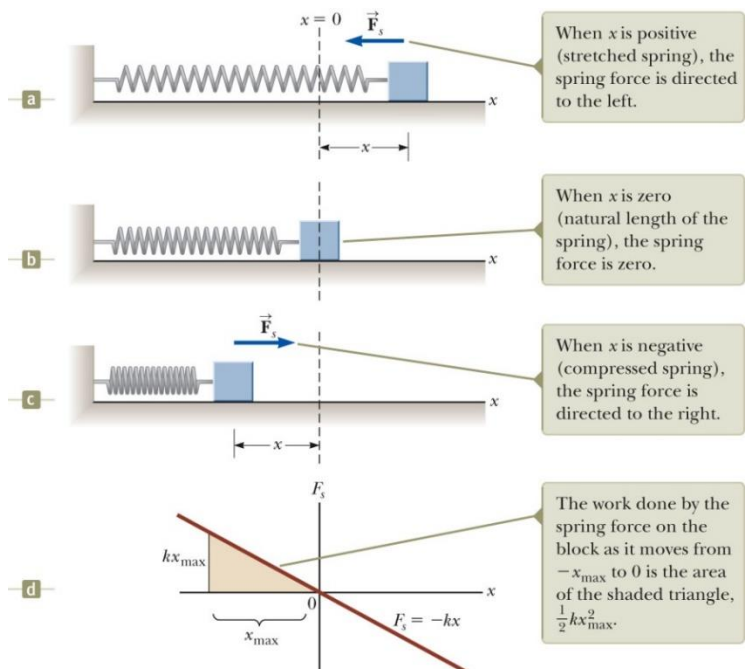
$$F_s = -kx \tag{7.6}$$

Trong đó, x là vị trí của chiếc hộp cách vị trí cân bằng ($x = 0$), k được gọi là hệ số đàn hồi và được đo bởi mức độ cứng của lò xo.

Dạng vector của định luật Hooke:

$$\vec{F}_s = F_x \hat{i} = -kx \hat{i} \tag{7.7}$$

Lực tác dụng bởi lò xo luôn có chiều hướng về vị trí cân bằng. Nếu



Hình 7.6 Lực lò xo tác dụng lên chiếc hộp thay đổi theo vị trí x của chiếc hộp

thả hộp ra, nó sẽ dao động giữa 2 vị trí $-x$ và x . Khi x dương (lò xo bị giãn), lực F nhận giá trị âm; khi x bằng 0 (tại vị trí cân bằng), lực F bằng 0; và khi x âm (lò xo bị nén), lực F dương.

Xem cái hộp là một hệ, công thực hiện khi hộp chuyển động giữa 2 vị trí từ $x_i = -x_{\max}$ đến $x_f = 0$ là:

$$W_s = \int \vec{F}_s \cdot d\vec{r} = \int_{x_i}^{x_f} (-kx\hat{i}) \cdot (dx\hat{i})$$

$$= \int_{-x_{\max}}^0 (-kx) dx = \frac{1}{2} kx_{\max}^2 \tag{7.8}$$

Còn tổng công thực hiện khi hộp dịch chuyển từ $-x_{\max}$ đến x_{\max} bằng 0.

Khi hộp dịch chuyển một đoạn tùy ý từ $x = x_i$ đến $x = x_f$ thì công thực hiện bởi lò xo trên hộp là:

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} (-kx) dx = \frac{1}{2} kx_i^2 - \frac{1}{2} kx_f^2 \tag{7.9}$$

Nếu điểm cuối trùng với điểm đầu thì $W = 0$.

Bài tập mẫu 7.1: Lò xo chịu sự tác dụng của một lực

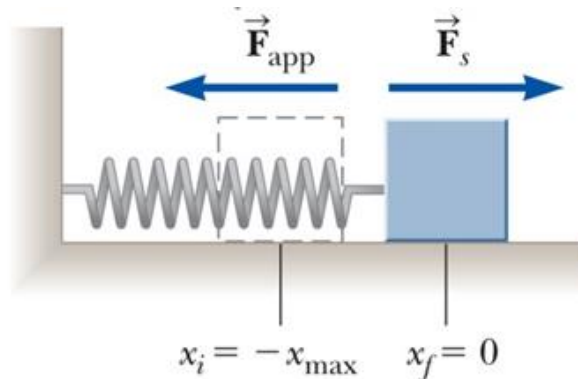
Giả sử rằng có một ngoại lực F_{app} kéo giãn lò xo, lực tác dụng này bằng với lực đàn hồi của lò xo.

$$\vec{F}_{app} = F_{app} \hat{i} = -\vec{F}_s = -(-kx\hat{i}) = kx\hat{i}$$

Đối với một đoạn dịch chuyển bất kì từ x_i đến x_f thì công thực hiện bởi lực tác dụng là:

$$W_{app} = \int_{x_i}^{x_f} (kx) dx = \frac{1}{2} kx_f^2 - \frac{1}{2} kx_i^2$$

Công thực hiện bởi lực F_{app} khi hộp chuyển động từ vị trí $-x_{\max}$ đến $x = 0$ thì bằng $\frac{1}{2} kx_{\max}^2$.



Hình 7.7 Lò xo chịu tác dụng của ngoại lực \vec{F}_{app} trong quá trình vật di chuyển từ vị trí $x_i = -x_{\max}$ đến $x_f = 0$.

Câu hỏi 7.3: Một cái phi tiêu được nạp vào một khẩu súng lò xo. Lần thứ nhất lò xo bị nén một đoạn x , lần thứ hai lò xo bị nén một đoạn $2x$. Hỏi công để nạp phi tiêu lần thứ hai lớn hơn lần thứ nhất bao nhiêu lần: (a) 4 lần? (b) 2 lần? (c) bằng nhau? (d) một nửa? (e) một phần tư?

7.5 Động năng và định lý công - động năng

Một kết quả của công tác dụng vào hệ là làm cho hệ thay đổi vận tốc, ta nói hệ thu được động năng. Sự thay đổi của động năng là một kết quả khả dĩ của việc thực hiện công để truyền năng lượng cho hệ.

Xét một hệ chỉ có một vật khối lượng m chuyển động dưới tác dụng của tổng hợp lực $\sum \vec{F}$ như trên hình vẽ. Nếu cả vật và điểm đặt lực đều thực hiện một dịch chuyển $\Delta \vec{r} = \Delta x \hat{i} = (x_f - x_i) \hat{i}$ thì công mà tổng hợp lực đã thực hiện là:

$$W_{ext} = \int_{x_i}^{x_f} \sum F dx = \int_{x_i}^{x_f} ma dx$$

$$W_{ext} = \int_{v_i}^{v_f} mv dv$$

$$W_{ext} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \tag{7.10}$$

Trong đó v_i và v_f là tốc độ của vật tại vị trí ban đầu x_i và vị trí cuối x_f .

Phương trình trên cho thấy công của tổng hợp lực thực hiện trên vật bằng hiệu số giữa hai giá trị cuối và đầu của một đại lượng. Đại lượng này được gọi là động năng của vật.

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \tag{7.11}$$

Động năng là năng lượng gắn với chuyển động của vật, là một đại lượng vô hướng và có đơn vị giống như đơn vị của công là jun (J).

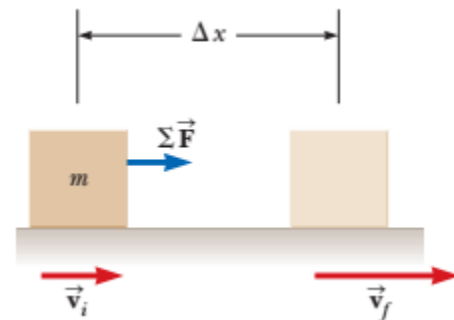
Định lý công - động năng

Phương trình cuối cùng thu được trên đây là phương trình của định lý công – động năng.

$$W_{ext} = K_f - K_i = \Delta K \tag{7.12}$$

Khi công thực hiện trên một hệ và chỉ làm thay đổi tốc độ của hệ, thì tổng công thực hiện trên hệ bằng độ thay đổi động năng của hệ. Tốc độ của hệ sẽ tăng nếu công dương, tốc độ của hệ sẽ giảm nếu công âm.

Định lý công - động năng áp dụng cho tốc độ chứ không phải vận tốc. Định lý công - động năng không đúng nếu có sự thay đổi khác trong hệ bên cạnh sự thay đổi về tốc độ hoặc có sự tương tác khác với môi trường ngoài.



Hình 7.8. Dưới tác dụng của tổng hợp lực, vật dịch chuyển một đoạn Δx .

Bài tập mẫu 7.2

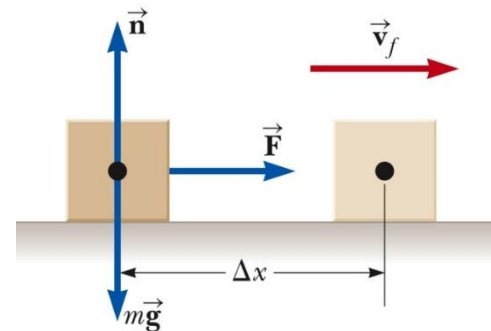
Một vật khối lượng 6,0 kg đang nằm yên trên một bề mặt không ma sát bị kéo sang phải bởi một lực có phương nằm ngang, độ lớn 12 N như hình 7.9. Hãy tính tốc độ của vật sau khi nó di chuyển một đoạn dài 3,0 m.

Giải:

Chọn hệ chỉ gồm vật. Có 3 ngoại lực tác dụng lên hệ. Phản lực pháp tuyến và lực hấp dẫn không thực hiện công vì chúng vuông góc với phương dịch chuyển của hệ. Theo định lý công – động năng, ta có:

$$W_{ext} = \Delta K = \frac{1}{2} m v_f^2 - 0$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2W_{ext}}{m}} = \sqrt{\frac{2F\Delta x}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 12 \cdot 3,0}{6,0}} = 3,5 \text{ m/s}$$



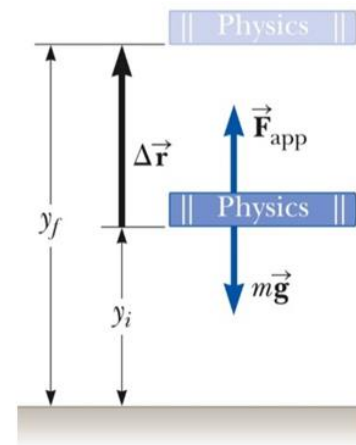
Hình 7.9 Bài tập 7.2.

7.6 Thế năng của một hệ

Bây giờ chúng ta hãy xem xét một hệ gồm nhiều hơn một vật mà các vật bên trong hệ tương tác lực với nhau. Ví dụ, một hệ gồm cuốn sách và Trái đất, hai vật này tương tác với nhau bằng lực hấp dẫn. Ta sẽ thực hiện một công trên cuốn sách bằng cách nâng quyển sách thật chậm theo phương thẳng đứng, cuốn sách đã có một dời chuyển

$$\Delta \vec{r} = (y_f - y_i) \hat{j}$$

Công thực hiện trên hệ phải xuất hiện như là sự tăng năng lượng của hệ. Vì trước và sau khi thực hiện công, quyển sách đều ở trạng thái nghỉ nên động năng của hệ không có sự thay đổi. Như vậy, năng lượng cung cấp cho hệ từ bên ngoài phải tồn trữ ở một dạng khác động năng của hệ. Khi cuốn sách được thả rơi hệ có động năng; như vậy, trước khi cuốn sách được thả rơi hệ phải có một khả năng (potential) để thu được động năng. Ta gọi cơ chế tích trữ năng lượng trước khi cuốn sách được thả rơi là **thế năng** (potential energy).



Hình 7.10 Tác nhân bên ngoài nâng từ từ cuốn sách ở độ cao h_i lên độ cao h_f .

Thế năng là dạng năng lượng được xác định bởi cấu hình của một hệ mà trong đó các thành phần của hệ tương tác với nhau bằng các lực. Các lực này là nội lực của hệ, chỉ liên quan đến tương tác giữa các thành phần của hệ với nhau. Thế năng luôn gắn liền với một hệ của 2 hay nhiều vật tương tác lẫn nhau.

7.6.1 Thế năng hấp dẫn

Xét hệ gồm Trái Đất và cuốn sách như hình vẽ. Cuốn sách có khối lượng m đang nằm tại độ cao y_i so với bề mặt Trái đất. Một tác nhân bên ngoài hệ nâng cuốn sách lên độ cao y_f một cách chậm chạp để dịch chuyển không có gia tốc và do đó lực nâng có độ lớn bằng lực hấp dẫn mà Trái đất tác dụng lên cuốn sách. Công mà lực ngoài thực hiện trên hệ Cuốn sách - Trái đất là:

$$\begin{aligned} W_{ext} &= (\vec{F}_{app}) \cdot \Delta \vec{r} \\ W_{ext} &= (mg\hat{j}) \cdot [(y_f - y_i)\hat{j}] \\ W_{ext} &= mgy_f - mgy_i \end{aligned} \tag{7.13}$$

Phương trình trên cho thấy công của ngoại lực thực hiện trên hệ bằng hiệu số giữa hai giá trị cuối và đầu của một đại lượng. Công này đã truyền cho hệ một năng lượng và năng lượng đó tích trữ ở một dạng được gọi là thế năng. Đại lượng mgy được gọi là **thế năng hấp dẫn** U_g của hệ vật khối lượng m và Trái đất.

$$U_g = mgy \tag{7.14}$$

Thế năng là một đại lượng vô hướng. Đơn vị của thế năng là joules (J).

Công có thể làm thay đổi thế năng hấp dẫn của hệ

$$W_{ext} = \Delta U_g \tag{7.15}$$

Thế năng hấp dẫn là năng lượng liên kết với một vật, phụ thuộc vào độ cao của vật đó trên bề mặt của Trái Đất. Thế năng hấp dẫn chỉ phụ thuộc vào độ cao của vật so với bề mặt Trái Đất. Khi giải các bài toán, chúng ta cần phải chọn một mốc quy chiếu sao cho thế năng hấp dẫn tại đó bằng một giá trị tham chiếu nào đó, thường là bằng 0. Việc chọn lựa mốc thế năng là tùy ý. Thông thường một vật nằm trên bề mặt của Trái Đất được xem như có thế năng hấp dẫn bằng 0. Hoặc các bài toán sẽ đề xuất một mốc thế năng để sử dụng.

Câu hỏi 7.4: Hãy chọn câu trả lời đúng: Thế năng hấp dẫn của một hệ (a) luôn luôn dương. (b) luôn luôn âm. (c) có thể âm hoặc dương.

7.6.2 Thế năng đàn hồi

Thế năng đàn hồi là một loại năng lượng mà một hệ có lò xo sẽ tích trữ. Khi đó lực tương tác giữa các thành phần bên trong hệ là lực đàn hồi của lò xo.

Xét hệ gồm có một vật và một lò xo như trên hình vẽ. Lực đàn hồi lò xo tác dụng lên cái hộp là

$$F_s = -kx$$

Công thực hiện bởi ngoại lực F_{app} tác dụng lên hệ lò xo - hộp là:

$$W_{ext} = \frac{1}{2} kx_f^2 - \frac{1}{2} kx_i^2 \tag{7.16}$$

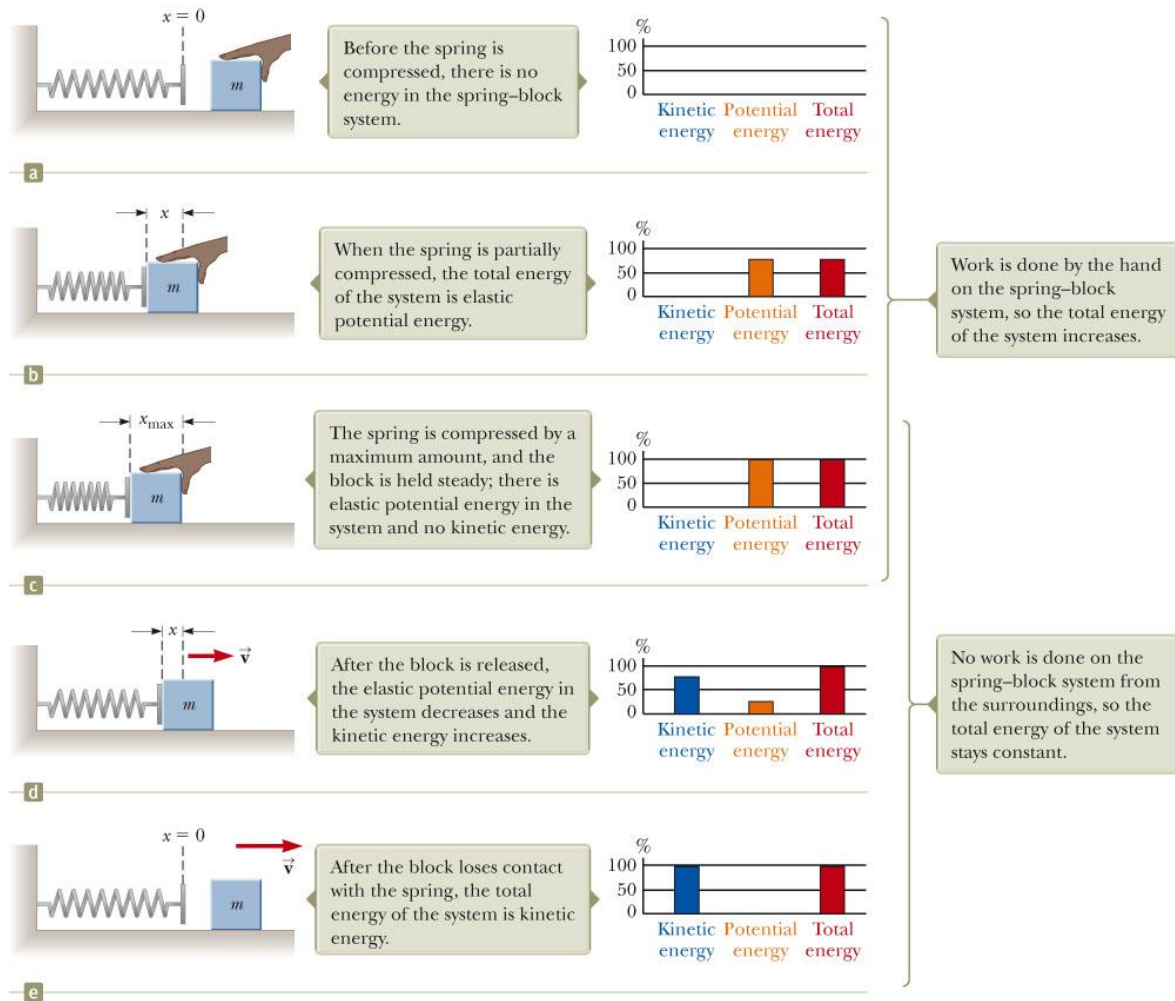
Trong đó x_i và x_f là vị trí đầu và cuối của vật tính từ vị trí cân bằng $x = 0$. Công này bằng với độ chênh lệch giữa giá trị đầu và giá trị cuối của một đại lượng gắn với cấu hình của hệ. Do đó thế năng đàn hồi của hệ vật - lò xo có thể được xác định bởi hệ thức:

$$U_s = \frac{1}{2} kx^2 \tag{7.17}$$

Lúc đó ta cũng có phương trình:

$$W_{\text{ext}} = \Delta U_s \tag{7.18}$$

Thế năng đàn hồi có thể hiểu là năng lượng dự trữ trong một lò xo bị biến dạng. Năng lượng dự trữ này có thể chuyển hóa thành động năng. Quan sát sự biến dạng của lò xo, có thể nhận thấy: Thế năng đàn hồi dự trữ trong lò xo bằng 0 khi lò xo không biến dạng ($U_s = 0$ khi $x = 0$); năng lượng được dự trữ trong lò xo chỉ khi lò xo bị giãn hay nén; thế năng đàn hồi lớn nhất khi lò xo đạt đến độ nén hoặc độ giãn lớn nhất; thế năng đàn hồi luôn luôn dương bởi vì x^2 luôn dương.



Hình 7.11 Sự biến đổi năng lượng giữa thế năng đàn hồi và động năng của hệ.

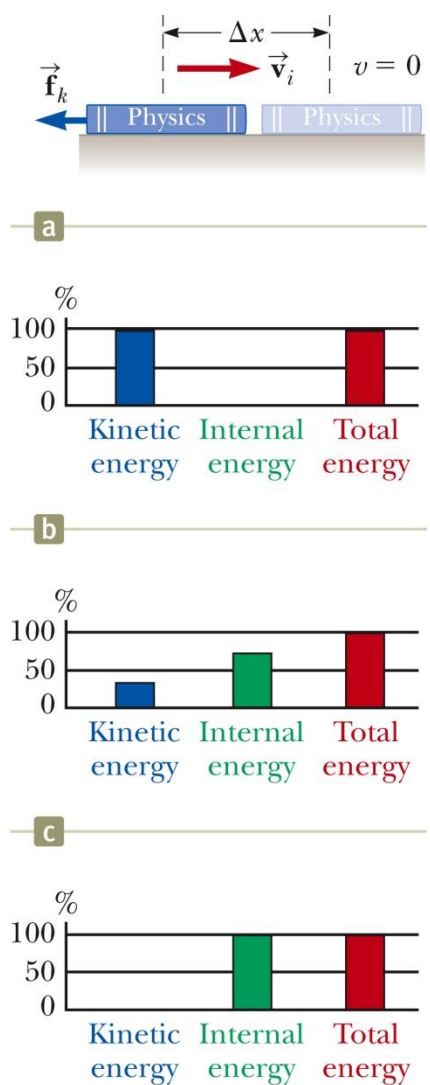
Trên hình 7.11 là một biểu diễn đồ thị quan trọng về năng lượng của một hệ, được gọi là **biểu đồ thanh năng lượng**. Biểu đồ thanh năng lượng là một đồ thị quan trọng để biểu diễn thông tin về năng lượng của hệ. Trên biểu đồ thanh năng lượng, trục tung biểu diễn giá trị năng lượng, trục hoành cho thấy các loại năng lượng có trong hệ.

Trong hình 7.11a, không có năng lượng nào cả, bởi vì lò xo đang thả lỏng còn hộp thì không chuyển động.

Trong hình 7.11b và c, tác nhân bên ngoài thực hiện công trên hệ. Do lò xo bị nén lại nên có thể năng đàn hồi trong hệ. Không có động năng trong hệ vì hộp vẫn đang được giữ

Trong hình 7.11d, hộp được thả ra cho chuyển động về phía bên phải trong khi vẫn tương tác với lò xo. Do đó, thế năng đàn hồi của hệ giảm trong khi động năng của hệ tăng.

Trong hình 7.11e, lò xo trở về chiều dài ban đầu và hệ chỉ còn động năng do sự chuyển động của cái hộp.



Hình 7.13 Biểu đồ năng lượng khi có ma sát: động năng của hệ (gồm cuốn sách và bề mặt) biến đổi thành nội năng khi cuốn sách chuyển động chậm dần

Câu hỏi 7.5: Một trái banh gắn với một lò xo nhẹ được treo thẳng đứng như hình 7.12. Khi kéo trái banh xuống dưới khỏi vị trí cân bằng rồi thả ra thì trái banh sẽ dao động lên xuống.

(i) Nếu hệ gồm trái banh, lò xo và Trái đất thì có những dạng năng lượng nào trong quá trình chuyển động đó: (a) động năng và thế năng đàn hồi (b) động năng và thế năng hấp dẫn (c) động năng, thế năng đàn hồi và thế năng hấp dẫn (d) thế năng đàn hồi và thế năng hấp dẫn.

(ii) Nếu hệ gồm trái banh và lò xo thì có những dạng năng lượng nào trong quá trình chuyển động đó: (a) động năng và thế năng đàn hồi (b) động năng và thế năng hấp dẫn (c) động năng, thế năng đàn hồi và thế năng hấp dẫn (d) thế năng đàn hồi và thế năng hấp dẫn.



Hình 7.12 Câu hỏi 7.5.

7.7 Lực bảo toàn và lực không bảo toàn

Trong phần này ta sẽ tìm hiểu một loại năng lượng có thể tồn trữ trong một hệ. Loại năng lượng đó liên hệ với nhiệt độ của hệ, được gọi là *nội năng*, E_{int} . Trong ví dụ trên hình 7.13, giả sử ta dùng tay tác dụng lực gia tốc cuốn sách trượt sang phải trên một bề mặt của một chiếc bàn nặng. Ở đây, bề mặt có ma sát nên sau khi thôi tác dụng lực thì cuốn sách sẽ chuyển động chậm lại rồi dừng hẳn. Xét hệ chỉ là bề mặt mà cuốn sách trượt trên đó. Lực ma sát mà cuốn sách tác dụng lên bề mặt thực hiện công. Khi cuốn sách chuyển động sang bên phải, lực ma sát tác dụng lên bề mặt hướng sang phải và điểm đặt lực cũng dịch chuyển sang phải. Do đó công thực hiện trên bề mặt là dương nhưng bề mặt không dịch chuyển

sau khi cuốn sách ngừng trượt. Công thực hiện trên hệ là công dương song cả động năng và thế năng của hệ không thay đổi. Vậy năng lượng đó nằm ở đâu?

Từ kinh nghiệm hằng ngày, có thể nhận biết rằng khi cuốn sách trượt trên bề mặt thì sẽ làm bề mặt nóng lên. Như vậy, công thực hiện trên hệ đã làm nóng hệ lên mà không tăng tốc độ hay thay đổi cấu hình của hệ. Người ta gọi năng lượng liên hệ với nhiệt độ của hệ là *nội năng*, ký hiệu là E_{int} . Trong trường hợp này, ma sát đã thực hiện công trên bề mặt, truyền cho hệ một năng lượng dưới dạng nội năng còn động năng và thế năng của hệ vẫn giữ nguyên không thay đổi.

Bây giờ, ta xét hệ gồm có cuốn sách và bề mặt. Ban đầu hệ có động năng vì cuốn sách đang di chuyển. Trong khi cuốn sách trượt trên bề mặt thì nội năng của hệ tăng lên vì cả cuốn sách và bề mặt đều ấm hơn trước đó. Khi cuốn sách dừng lại, động năng của hệ đã chuyển hóa hoàn toàn thành nội năng của hệ. Ở đây, lực ma sát – một lực không bảo toàn, tác dụng giữa các thành phần của hệ đã chuyển hóa động năng của hệ thành nội năng.

7.7.1 Lực bảo toàn (lực thế)

Công thực hiện bởi một lực tác dụng lên một chất điểm làm chất điểm này chuyển động giữa hai điểm mà không phụ thuộc vào quỹ đạo chuyển động của chất điểm đó thì lực này được gọi là *lực bảo toàn (lực thế)*. Do đó, công thực hiện bởi lực bảo toàn tác dụng lên một chất điểm chuyển động trên một quỹ đạo kín bằng 0. Quỹ đạo kín là quỹ đạo mà điểm đầu trùng với điểm cuối.

Lực hấp dẫn và lực đàn hồi là những ví dụ điển hình của lực bảo toàn.

Thế năng của một hệ gắn liền với một lực bảo toàn nào đó tác dụng giữa các thành phần của hệ đó. Một cách tổng quát, công W_{int} được thực hiện bởi một lực bảo toàn do một thành phần của hệ tác dụng lên một thành phần khác của hệ khi cấu hình của hệ thay đổi sẽ bằng hiệu thế năng của hệ tại vị trí đầu và vị trí cuối.

$$W_{int} = U_i - U_f = -\Delta U \tag{7.19}$$

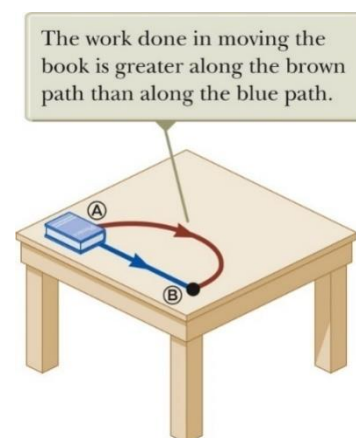
Khi động năng và nội năng của hệ không thay đổi trong một quá trình thì công dương thực hiện bởi một tác nhân bên ngoài W_{ext} trong trình đó sẽ làm tăng thế năng của hệ. Trong khi đó, công do một thành phần của hệ thực hiện W_{int} bởi lực bảo toàn bên trong một hệ cô lập là nguyên nhân làm giảm thế năng của hệ.

7.7.2 Lực không bảo toàn (lực phi thế)

Các lực không thỏa mãn các điều kiện của lực bảo toàn được gọi là lực không bảo toàn. Công thực hiện bởi một lực không bảo toàn phụ thuộc vào quãng đường dịch chuyển.

Lực không bảo toàn tác dụng bên trong hệ sẽ làm biến đổi cơ năng E_{mech} của hệ.

$$E_{mech} = K + U \tag{7.20}$$



Hình 7.14 Công thực hiện bởi lực ma sát phụ thuộc vào quãng đường dịch chuyển của vật

với K bao gồm động năng của tất cả các thành phần chuyển động của hệ, và U bao gồm tất cả các dạng thế năng của hệ.

Như trên hình 7.14, nếu ta dịch chuyển cuốn sách từ điểm A đến điểm B theo một đường thẳng với một tốc độ không đổi thì công để chống lại lực ma sát trên quãng đường đó sẽ nhỏ hơn khi ta dịch chuyển cuốn sách theo đường cong từ A đến B. Bởi vì công thực hiện phụ thuộc vào quãng đường dịch chuyển nên lực ma sát là lực không bảo toàn (không phải lực thế).

7.8 Liên hệ giữa lực bảo toàn và thế năng

Ta định nghĩa **hàm thế năng** của một hệ là một đại lượng được xác định sao cho công thực hiện bởi một lực bảo toàn bên trong hệ bằng nhưng trái dấu với độ biến thiên thế năng của hệ.

Giả sử lực bảo toàn \vec{F} tác dụng giữa các hạt trong một hệ làm cho một hạt di chuyển dọc theo trục x thì công được thực hiện bởi lực \vec{F} là:

$$W_{\text{int}} = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx = -\Delta U \quad (7.21)$$

$\Delta U = U_f - U_i$ âm khi F và x cùng hướng.

Do đó, lực bảo toàn liên hệ với hàm thế năng theo hệ thức:

$$F_x = -\frac{dU}{dx} \quad (7.22)$$

Mối liên hệ này có nghĩa là thành phần theo phương x của lực bảo toàn tác dụng lên một phần tử của hệ bằng nhưng trái dấu với đạo hàm của hàm thế năng theo biến x . Từ đây ta thấy thế năng U là một đại lượng quan trọng bởi vì có thể tìm được lực thế từ nó.

Xét lại trường hợp lực tác dụng của lò xo, ta có:

$$F_s = -\frac{dU_s}{dx} = -\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{2} kx^2 \right) = -kx \quad (7.23)$$

Kết quả thu được đúng như định luật Hooke.

7.9 Giảm đồ năng lượng và sự cân bằng

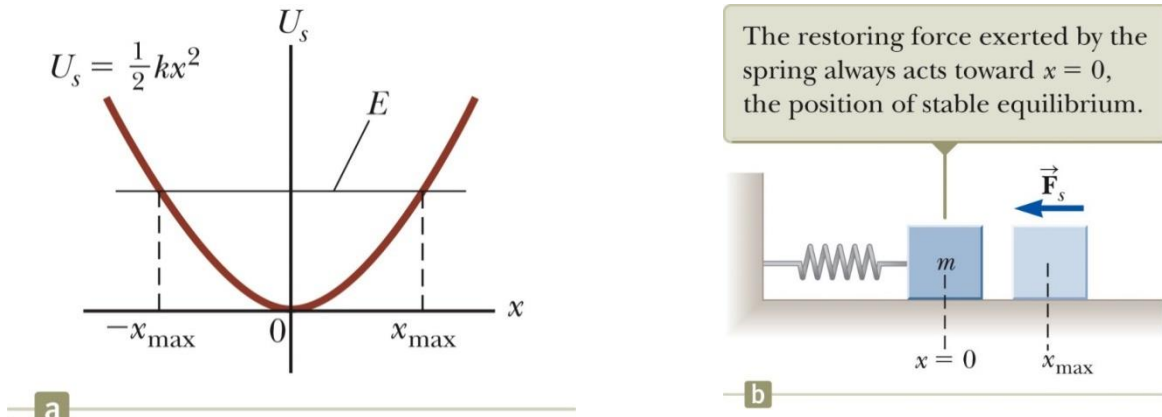
Chuyển động của một hệ có thể được quan sát qua đồ thị biểu diễn vị trí và năng lượng của nó.

Cân bằng bền

Trong ví dụ của một hệ lò xo – hộp như trên hình vẽ, chiếc hộp dao động giữa 2 vị trí $x = \pm x_{\text{max}}$, chiếc hộp luôn chuyển động có gia tốc về phía $x = 0$ và khi nó nằm yên tại vị trí này thì chỉ có tác dụng một lực từ bên ngoài mới làm cho nó rời khỏi vị trí đó. Do đó, vị trí $x = 0$ là vị trí hệ nằm ở trạng thái **cân bằng bền**. Bất cứ sự dịch chuyển nào khỏi vị trí cân bằng bền

này đều có một lực kéo vật trở về vị trí đó. Một cách tổng quát, những cấu hình của một hệ nằm ở trạng thái cân bằng bền tương ứng với một hàm thế năng $U(x)$ có giá trị cực tiểu.

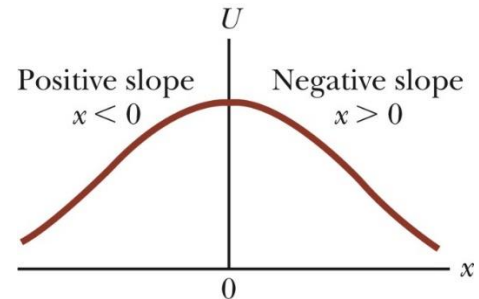
Trạng thái cân bằng bền được biểu diễn trên đồ thị năng lượng như hình vẽ. Ta thấy cân bằng bền sẽ tương ứng với vị trí $U(x)$ có giá trị nhỏ nhất, còn $x = x_{\max}$ và $x = -x_{\max}$ được gọi là các *điểm quay đầu*.



Hình 7.15 a- Hàm thế năng phụ thuộc vị trí x b- Lực hồi phục lò xo tác dụng lên vật luôn hướng về vị trí cân bằng bền $x = 0$.

Cân bằng không bền

Bây giờ, ta xét một chất điểm chuyển động dọc theo trục x dưới tác dụng của một lực bảo toàn $F(x)$ có đồ thị biểu diễn $U(x)$ như hình vẽ bên dưới. Trong trường hợp này, $F_x = 0$ tại $x = 0$, cho nên chất điểm ở trạng thái cân bằng. Tuy nhiên, đây là một vị trí **cân bằng không bền** bởi vì khi chất điểm rời khỏi vị trí $x = 0$ sang trái hay sang phải thì đều có lực tác dụng đẩy vật xa khỏi vị trí đó hướng tới một vị trí có thế năng nhỏ hơn. Một cách tổng quát, những cấu hình của một hệ nằm ở trạng thái cân bằng không bền tương ứng với một hàm thế năng $U(x)$ có giá trị cực đại.



Hình 7.16 Hàm thế năng phụ thuộc vị trí x đối với một chất điểm có vị trí cân bằng không bền $x = 0$.

Trạng thái cân bằng không bền được biểu diễn trên đồ thị năng lượng như hình vẽ. Ta thấy cân bằng không bền sẽ tương ứng với vị trí $U(x)$ có giá trị lớn nhất.

Cân bằng phiếm định là trạng thái mà thế năng U không đổi trong một vùng nào đó, do đó một sự dịch chuyển nhỏ khỏi một vị trí trong vùng này không gây ra sự xuất hiện của lực kéo về vị trí cũ hoặc đẩy ra vị trí mới.

Tóm tắt chương 7

Một **hệ** thường gặp nhất là một chất điểm, một hệ chất điểm hoặc một vùng không gian có thể thay đổi kích thước và hình dạng. Biên giới của hệ phân chia hệ với môi trường.

Công (ký hiệu là W) thực hiện bởi một tác nhân tác dụng một ngoại lực không đổi lên hệ là một đại lượng được xác định bằng tích của độ lớn lực F với độ dịch chuyển Δr của điểm đặt lực nhân với $\cos\theta$, với θ là góc tạo bởi vectơ lực và vectơ độ dịch chuyển.

$$W = F\Delta r \cos\theta$$

Nếu lực tác dụng lên một chất điểm thay đổi thì công lực sinh ra khi chất điểm chuyển động dọc theo trục x trên quãng đường dịch chuyển từ vị trí đầu x_i đến vị trí cuối x_f là: $W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$

F_x là thành phần hình chiếu của lực \vec{F} trên trục x .

Động năng của một chất điểm có khối lượng m chuyển động với tốc độ v là

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Thế năng hấp dẫn của hệ chất điểm-Trái đất khi chất điểm nằm ở độ cao y phía trên bề mặt Trái đất là

$$U_g = mgy$$

Thế năng đàn hồi tích trữ trong một lò xo có độ cứng k là

$$U_s = \frac{1}{2}kx^2$$

Một lực được gọi là **lực bảo toàn (lực thế)** nếu công thực hiện bởi lực đó trên một chất điểm làm chất điểm này chuyển động giữa hai điểm không phụ thuộc vào quỹ đạo chuyển động của chất điểm đó. Ngoài ra, một lực là **lực bảo toàn (lực thế)** nếu công thực hiện bởi lực đó trên một chất điểm làm chất điểm này chuyển động trên một quỹ đạo kín bằng 0. Một lực không thỏa mãn những điều kiện trên được gọi là **lực không bảo toàn (lực phi thế)**

Cơ năng của một hệ bằng tổng của động năng và thế năng

$$E_{\text{mech}} = K + U$$

Định lý công – động năng: Công do ngoại lực thực hiện trên một hệ và làm cho hệ chỉ thay đổi tốc độ của nó thì

$$W_{\text{ext}} = W_f - W_i = \Delta K = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

Hàm thế năng U có thể được liên kết chỉ với một lực bảo toàn. Nếu một lực \vec{F} tác dụng giữa các thành phần của một hệ và một phần tử của hệ đó chuyển động dọc theo trục x từ vị trí đầu x_i đến vị trí cuối x_f thì độ biến thiên thế năng của hệ bằng nhưng trái dấu với công do lực đó thực hiện

$$\Delta U = U_f - U_i = - \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

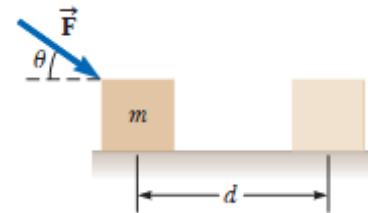
Câu hỏi lý thuyết chương 7

- Alex và John đang đưa các tủ giống hệt nhau lên xe tải. Alex nhấc tủ của mình thẳng từ mặt đất lên xe tải, trong khi John trượt tủ của mình trên một tấm ván nghiêng từ mặt đất lên xe tải. Tuyên bố nào sau đây là chính xác về công được thực hiện trên hệ tủ - Trái đất?
 - Alex và John thực hiện cùng một lượng công như nhau.
 - Alex thực hiện nhiều công hơn John.
 - John thực hiện nhiều công hơn Alex.
 - Không có phát biểu nào đúng cả vì không biết lực ma sát.
 - Không có phát biểu nào đúng cả vì không biết góc nghiêng.
- Lực pháp tuyến có thể thực hiện công không? Nếu không thì cho biết tại sao không? Nếu có thì hãy cho ví dụ?
- Thảo luận xem liệu có bất kỳ công nào được thực hiện bởi các đối tượng sau đây hay không và nếu có thì liệu công đó là công dương hay công âm:
 - Một con gà bơi đất,
 - Một người đang nghiên cứu,
 - Một cân cầu nâng một thùng bê tông,
 - Lực hấp dẫn tác dụng lên thùng bê tông trong phần (c),
 - Cơ chân của người trong hành động ngồi.
4. Khi một con lắc dao động qua lại, lực tác dụng lên vật treo gồm có: (a) lực hấp dẫn, (b) lực căng của dây treo, và c) lực cản của không khí.
 - Lực nào trong số đó, nếu có, không sinh công trên vật treo vào bất cứ lúc nào?
 - Lực nào trong số đó sinh công âm trên vật treo trong suốt quá trình chuyển động của con lắc?
- Bạn đang sắp xếp sách trong thư viện. Bạn nhấc một quyển sách từ sàn lên đến giá trên cùng. Động năng của cuốn sách trên sàn là không và động năng của cuốn sách ở giá trên cùng cũng là không, vì vậy không có thay đổi động năng nhưng bạn đã thực hiện công khi nâng quyển sách. Vậy định lý công - động năng có bị vi phạm? Hãy giải thích.
- Một vật có khối lượng m được thả rơi từ tầng thứ 4 của tòa nhà xuống, vật có tốc độ v khi chạm đất. Hỏi nên thả rơi vật đó từ tầng thứ mấy để tốc độ của nó tăng gấp đôi khi chạm đất? Giả sử độ cao của các tầng đều bằng nhau.
 - Tầng 6
 - Tầng 8
 - Tầng 10
 - Tầng 12
 - Tầng 16

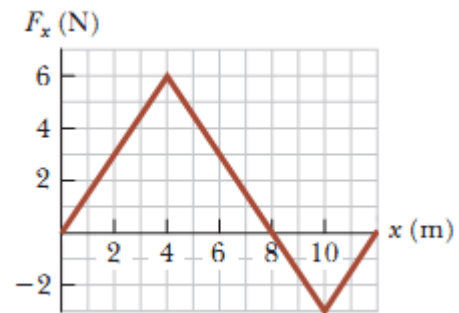
Bài tập chương 7

- Một hạt mưa khối lượng $3,35 \cdot 10^{-5}$ kg rơi thẳng đứng với tốc độ không đổi dưới tác dụng của trọng lực và lực cản không khí. Xem hạt mưa là một chất điểm. Hãy tính công thực hiện trên hạt mưa khi nó rơi một đoạn 100 m bởi
 - Lực hấp dẫn.
 - Lực cản không khí.

- Một cái hộp có khối lượng $m = 2,50$ kg được đẩy trượt trên một mặt bàn nằm ngang, không ma sát một đoạn $d = 2,20$ m bởi một lực không đổi có độ lớn $F = 12$ N, hợp với phương ngang một góc $\theta = 25,0^\circ$ như hình vẽ. Hãy tính công thực hiện trên cái hộp bởi:
 - Lực tác dụng.
 - Phản lực pháp tuyến của bàn.
 - Trọng lực.
 - Tổng hợp lực tác dụng lên cái hộp.

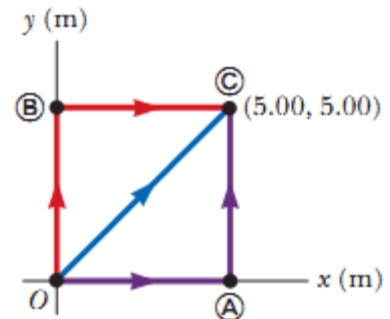


- Lực tác dụng lên một chất điểm thay đổi như trên hình vẽ. Hãy tính công lực thực hiện trên chất điểm khi nó di chuyển
 - Từ $x = 0$ đến $x = 8,00$ m
 - Từ $x = 8,00$ m đến $x = 10,0$ m
 - Từ $x = 0$ đến $x = 10,0$ m.

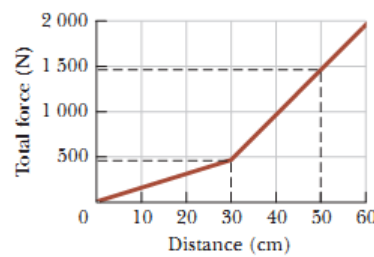
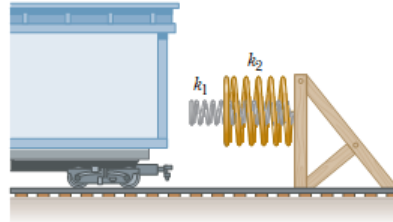


- Khi một vật có khối lượng 4,00 kg được treo ở đầu một lò xo nhẹ thì lò xo bị dãn ra một đoạn 2,50 cm. Nếu vật thể 4,00 kg được lấy ra,
 - Hỏi lò xo sẽ dài ra bao nhiêu nếu vật có khối lượng 1,50 kg được treo lên đó?
 - Tính công ngoại lực phải thực hiện để kéo dãn lò xo dài ra 4,00 cm từ vị trí bình thường của nó?
- Giữ cho một lò xo nhẹ có độ cứng 3,85 N/m bị nén một đoạn 8,00 cm với một vật nặng 0,250 kg ở đầu bên trái và một vật nặng 0,500 kg ở đầu bên phải của lò xo, cả hai vật đều nằm yên trên mặt phẳng nằm ngang. Lò xo tác dụng lực lên mỗi vật và có xu hướng đẩy hai vật ra xa. Thả cho hai vật đồng thời chuyển động từ trạng thái nghỉ. Tính gia tốc chuyển động của mỗi vật nếu hệ số ma sát động giữa mỗi vật và bề mặt là a- 0, b- 0,100 và c- 0,462.
- Tác động một lực $\vec{F} = (4x\hat{i} + 3y\hat{j})$, trong đó \vec{F} đo bằng Newton và x và y đo bằng m, lên 1 vật để vật di chuyển theo trục x từ gốc hệ trục tọa độ đến vị trí $x = 5,00$ m. Tính công $W = \int \vec{F} d\vec{r}$ lực đã thực hiện trên vật.
- Một vật nặng 3,00 kg có vận tốc $(6,00\hat{i} - 2,00\hat{j})$ m/s.
 - Tính động năng của vật.
 - Nếu vận tốc của vật thay đổi tới giá trị $(8,00\hat{i} + 4,00\hat{j})$ m/s thì công thực hiện trên vật là bao nhiêu?

8. Một người đẩy một thùng gỗ nặng 35,0 kg với tốc độ không đổi một đoạn dài 12,0 m trên một sàn gỗ. Lực đẩy F có phương ngang, độ lớn không đổi. Công mà lực đã thực hiện là 350 J.
- Xác định độ lớn của lực F .
 - Hãy mô tả chuyển động tiếp theo của cái thùng nếu bây giờ người đó tác dụng một lực lớn hơn lực F .
 - Điều gì sẽ xảy ra đối với cái thùng nếu lực tác dụng nhỏ hơn F ?
9. Một vật nặng 5,75 kg băng qua gốc của hệ trục tọa độ tại thời điểm $t = 0$ với vận tốc có thành phần theo trục x là 5,00 m/s và theo trục y là -3,00 m/s.
- Động năng của vật tại thời điểm đó là bao nhiêu?
 - Tại một thời điểm sau đó $t = 2,00$ s, vật ở tại vị trí $x = 8,50$ m và $y = 5,00$ m. Hỏi lực không đổi tác dụng lên vật trong khoảng thời gian đó là bao nhiêu?
 - Tốc độ của vật tại thời điểm $t = 2,00$ s là bao nhiêu?
10. Một tảng đá 0,20 kg được giữ ở độ cao 1,30 m phía trên đỉnh của một giếng nước và sau đó thả rơi vào đó. Giếng có chiều sâu 5,0 m. Chọn gốc thế năng tại đỉnh của giếng nước, tính
- Thế năng hấp dẫn của hệ hòn đá – Trái đất trước khi đá rơi.
 - Thế năng hấp dẫn của hệ hòn đá – Trái đất khi hòn đá ở đáy giếng.
 - Độ thay đổi thế năng hấp dẫn của hệ từ lúc đầu đến lúc hòn đá ở đáy giếng.
11. Một vật chuyển động trong mặt phẳng xy như trong hình vẽ và chịu một lực ma sát với độ lớn không đổi 3,00 N, luôn hướng ngược với vận tốc của vật. Hãy tính công mà bạn phải thực hiện để trượt vật với tốc độ không đổi khi vật chuyển động
- Dọc theo đường màu tím từ O đến A rồi quay lại theo đường màu tím trở về O .
 - Dọc theo đường màu tím từ O đến C rồi theo đường dẫn màu xanh dương trở về O .
 - Theo đường màu xanh từ O tới C rồi theo đường màu xanh dương trở về O .
 - Mỗi câu trả lời của bạn phải khác không. Ý nghĩa của việc quan sát này là gì.
12. Hàm thế năng của một hệ có dạng $U = 3x^3y - 7x$. Tìm lực tác động tại điểm (x,y) .
13. Một lực thế $F_x = 2x + 4$ (N; m) tác dụng lên chất điểm nặng 5 kg. Khi chất điểm dịch chuyển theo trục x từ $x = 1\text{ m} \rightarrow x = 5\text{ m}$. Hãy tính:
- Công của lực F_x thực hiện lên chất điểm.
 - Độ biến thiên thế năng của hệ vật.
 - Động năng của chất điểm tại $x = 5\text{ m}$ nếu tại điểm $x = 1\text{ m}$ vận tốc nó là 3 m/s.



14. Một toa xe lửa nặng 6000 kg chạy dọc theo đường ray với ma sát nhỏ có thể bỏ qua. Tọa xe được dừng lại nhờ hai lò xo như trên hình vẽ. Hai lò xo có độ cứng là $k_1 = 1600 \text{ N/m}$ và $k_2 = 3400 \text{ N/m}$. Sau khi lò xo thứ nhất bị nén một khoảng 30,0 cm thì lò xo thứ hai bắt đầu tác dụng và lực tổng hợp của hai lò xo tăng lên như đồ thị bên dưới. Sau khi lò xo thứ nhất tiếp xúc với toa xe và bị nén một đoạn 50,0 cm thì toa xe dừng lại. Hãy tìm tốc độ ban đầu của toa xe.



15. Một lò xo có độ cứng $k = 500 \text{ N/m}$ được buộc chặt tại đáy của một mặt phẳng nằm nghiêng có góc nghiêng $\theta = 20,0^\circ$ như hình vẽ. Một vật khối lượng $m = 2,50 \text{ kg}$ đặt phía trên mặt phẳng nghiêng cách lò xo một khoảng $d = 0,300 \text{ m}$. Đẩy cho vật chuyển động hướng về phía lò xo với tốc độ $v = 0,750 \text{ m/s}$. Độ dài bị nén của lò xo ở thời điểm vật tạm thời dừng lại là bao nhiêu?

