Chương 6: Chuyển động tròn và các ứng dụng khác của các định luật Newton

Ở chương trước, hai mô hình khảo sát áp dụng định luật Newton đã được đưa ra, tuy nhiên các mô hình đó chỉ áp dụng cho chuyển động thẳng.

Các định luật Newton còn có thể áp dụng trong các trường hợp khác như:

- Các vật chuyển động trên đường tròn
- Chuyển động được quan sát từ một hệ quy chiếu phi quán tính
- Chuyển động của một vật trong môi trường có độ nhớt

Rất nhiều ví dụ sẽ được minh họa cho việc áp dụng các định luật Newton trong các tình huống mới này sẽ được nêu ra ở chương này .

6.1 Chuyển động tròn đều và gia tốc

Một vật chuyển động với vận tốc không đổi trên một đường tròn bán kính r với gia tốc không đổi.

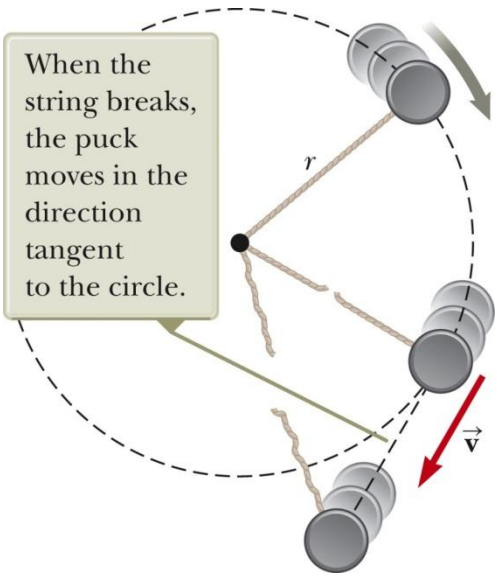
Độ lớn của gia tốc cho bởi công thức:

$$a_c = \frac{v^2}{r} \qquad (6.1)$$

Với gia tốc hướng tâm, $\vec{\mathbf{a}}_c$, có chiều hướng vào tâm của đường tròn. Gia tốc hướng tâm luôn vuông góc với vectơ vận tốc.

Lực gây ra gia tốc hướng tâm có chiều hướng vào tâm đường tròn. Lực này gây ra sự thay đổi hướng của vectơ vận tốc.

Nếu lực này mất đi, vật sẽ tiếp tục chuyển động thẳng theo **phương tiếp tuyến** với đường tròn. Ví dụ như một vật được nối vào sợi dây rồi quay tròn như hình 6.1, khi sợi dây bị đứt thì vật sẽ chuyển động theo phương tiếp tuyến với đường tròn tại vị trí sợi dây bị đứt.



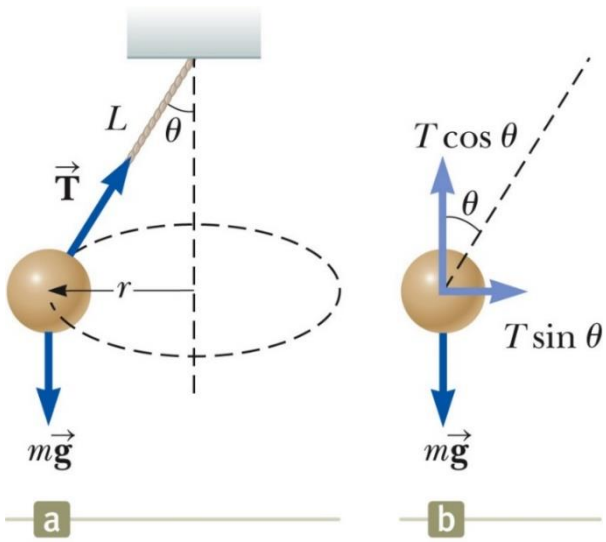
Hình 6.1: Một vật chuyển động theo quỹ đạo tròn cho đến khi sợi dây bị đứt.

Áp dụng định luật 2 Newton theo phương dọc theo phương của bán kính, tổng hợp lực gây ra gia tốc hướng tâm liên hệ với gia tốc theo công thức:

$$\sum F = ma_c = m\frac{v^2}{r} \qquad (6.2)$$

Bài tập mẫu 6.1: Con lắc hình nón

Một quả bóng nhỏ có khối lượng m được treo trên sợi dây có chiều dài L. Quả bóng quay vòng tròn với vận tốc không đổi theo phương nằm ngang với bán kính r. Hãy tìm vận tốc v của quả bóng.



Hình 6.2: Con lắc hình nón

Giải:

Khái niệm: Chuyển động của quả bóng trên hình 6.2a có quỹ đạo tròn theo phương ngang.

Phân loại: Quả bóng chuyển động không gia tốc theo phương thẳng đứng. Do đó, theo phương thẳng đứng chúng ta sử dụng mô hình *chất điểm ở trạng thái cân bằng*. Còn theo phương nằm ngang thì sử dụng mô hình *chất điểm chuyển động tròn đều.*

Phân tích: Vật ở trạng thái cân bằng theo chiều thẳng đứng và vật chuyển động tròn đều theo phương ngang.

Ta có:

$\sum F_y = 0 \rightarrow T\cos\theta = mg$

$\sum F_x = T\sin\theta = ma_c$

Ta thu được kết quả *v* không phụ thuộc vào *m* theo công thức:

$$v = \sqrt{Lg\sin\theta\tan\theta} \qquad (6.3)$$

Kết thúc: Từ kết quả (6.3), ta thấy rằng vận tốc của quả bóng không phụ thuộc vào khối lượng của nó. Một điểm đặc biệt nữa, đó là khi góc θ bằng 90º (sợi dây theo phương nằm ngang), thì tan của góc 90º bằng vô cùng, nghĩa là tốc độ cũng bằng vô cùng. Điều này cho chúng ta thấy rằng sợi dây không thể theo phương nằm ngang được. Do đó, đối với hình 6.1, vật nặng chỉ có thể chuyển động theo phương nằm ngang trên một mặt bàn không ma sát.

Chuyển động tròn theo phương ngang:

Vận tốc của vật chuyển động không phụ thuộc vào khối lượng của vật và lực căng của dây. Nhưng lực hướng tâm gây ra do lực căng dây. Vận tốc lớn nhất phụ thuộc vào lực căng lớn nhất mà sợi dây chịu được.

Bài tập mẫu 6.2: Có thể quay nhanh nhất với tốc độ bao nhiêu?

Một vật có khối lượng 0,5kg được nối vào đầu của một sợi dây dài 1,5m. Vật này chuyển động với quỹ đạo tròn trong mặt phẳng nằm ngang như hình 6.1. Nếu sợi dây có thể chịu được lực căng dây tối đa là 50N. Hỏi tốc độ tối đa của vật trước khi sợi dây bị đứt? (giả sử rằng sợi dây được giữ theo phương nằm ngang trong suốt quá trình chuyển động)

Giải:

Khái niệm: Chú ý rằng sợi dây càng chắc thì chịu được tốc độ của vật càng nhanh trước khi bị đứt. Và khối lượng của vật càng nặng thì sợi dây càng bị đứt sớm.

Phân loại: Bởi vì vật chuyển động theo quỹ đạo tròn nên sử dụng mô hình *chất điểm chuyển động tròn đều.*

Phân tích: Lực căng dây chính là lực gây ra gia tốc hướng tâm cho chuyển động của vật:

$$T = m\frac{v^2}{r}$$

Suy ra:

$$v = \sqrt{\frac{Tr}{m}}$$

Do đó, tốc độ tối đa của vật trước khi sợi dây bị đứt:

$$v_{max} = \sqrt{\frac{T_{max}r}{m}} = \sqrt{\frac{50.1,5}{0,5}} = 12,2 \text{m/s}$$

Kết thúc: từ phương trình của v, chúng ta thấy rằng vận tốc v sẽ tăng khi tăng lực căng dây T và giảm độ lớn m, như đã dự đoán trước ở phần khái niệm.

Bài tập mẫu 6.3: Tốc độ tối đa của một chiếc xe hơi trên đoạn đường cong bằng bao nhiêu?

Một chiếc xe hơi chuyển động trên đường nằm ngang, thì trước mặt xuất hiện một khúc cua như hình vẽ. Bán kính của khúc cua là r và hệ số ma sát nghỉ giữa bánh xe và mặt đường là μ. Hãy tìm tốc độ lớn nhất mà xe có thể thực hiện được việc ôm cua trên đoạn đường này.

Giải:

Khái niệm: Xem đoạn đường cong là một đường tròn khổng lồ, thì chiếc xe hơi chuyển động trên quỹ đạo tròn đó.

Phân loại: Bởi vì xe hơi chuyển động theo quỹ đạo tròn nên sử dụng mô hình *chất điểm chuyển động tròn đều* theo phương nằm ngang. Do đó, có thể xem chiếc xe hơi như mô hình *chất điểm ở trạng thái cân bằng* theo phương thẳng đứng.

Phân tích: Hình 6.3b thể hiện các lực tác dụng lên chiếc xe hơi. Lực làm cho chiếc xe có thể chuyển động được ở trên khúc cua đó chính là lực ma sát nghỉ giữa bánh xe và mặt đường. (là lực ma sát nghỉ vì không có sự trượt giữa bánh xe và mặt đường. Trong trường hợp lực ma sát nghỉ này bằng 0 – ví dụ mặt đường có một lớp băng thì chiếc xe sẽ chuyển động thẳng tiếp trên đoạn đường cong này, tức là bị trượt ra khỏi mặt đường).

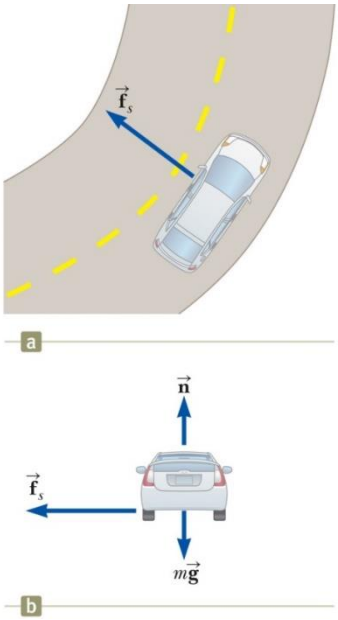
Do đó, tốc độ tối đa của chiếc xe trên đoạn đường cong sẽ đạt được khi lực ma sát nghỉ đạt giá trị lớn nhất.

Áp dụng phương trình 6.2, chất điểm chuyển động trên quỹ đạo tròn với tốc độ đạt được là lớn nhất:

$$f_{s,max} = \mu_s . n = m\frac{v_{max}^2}{r}$$

Áp dụng mô hình chất điểm ở trạng thái cân bằng theo phương thẳng đứng:

$$\sum F_y = 0 \rightarrow n - mg = 0 \rightarrow n = mg$$



Hình 6.3: Một chiếc xe hơi chuyển động trên đoạn đường cong

Từ 2 phương trình trên, ta suy ra, tốc độ tối đa của xe trên đoạn đường cong:

$$v_{max} = \sqrt{\frac{\mu_s nr}{m}} = \sqrt{\frac{\mu_s mgr}{m}}$$

Vậy trên một đoạn đường cong có bán kính r, hệ số ma sát trượt giữa bánh xe và mặt đường là μ_s, thì tốc đó tối đa của xe khi chạy đến đoạn cong đó, cho bởi công thức:

$$v_{max} = \sqrt{\mu_s gr} \qquad (6.4)$$

Hoàn tất: vận tốc này không phụ thuộc vào khối lượng của xe. Đó là lý do tại sao các đoạn cua chỉ có một tốc độ giới hạn cho mọi loại xe.

Bài tập mẫu 6.3: Đường cong nghiêng

Một kĩ sư thiết kế mới nghĩ ra một cách giải quyết cho bài toán 6.2 để xe không cần dùng lực ma sát để thực hiện việc ôm cua. Nói một cách khác, chiếc xe hơi có thể ôm cua trong trường hợp mặt đường bị phủ băng. Mặt đường được chế tạo nghiêng một góc θ như hình vẽ. Hỏi góc θ phải bằng bao nhiêu?

Giải:

Thiết kế này nhằm làm cho lực ma sát giảm về 0. Xe hơi có thể xem như một vật ở trạng thái cân bằng theo phương thẳng đứng. Có thể xem chiếc xe như một vật chuyển động tròn đều theo phương ngang.

Với thiết kế này, thành phần nằm ngang của phản lực do mặt đường tác dụng lên xe sẽ đóng vài trò lực hướng tâm.

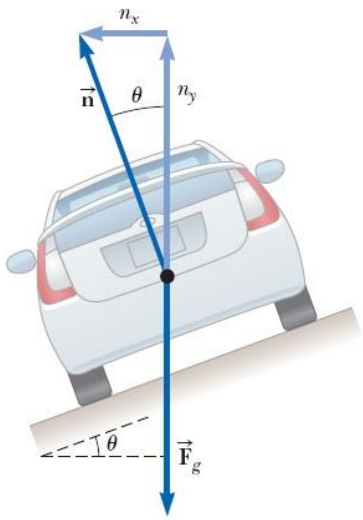
Góc nghiêng của mặt đường được tính theo công thức:

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg} \qquad (6.5)$$

Với v là tốc độ thiết kế, góc nghiêng này không phụ thuộc vào khối lượng của phương tiện.

Nếu chiếc xe chạy trên đường cong nhỏ hơn tốc độ thiết kế, lực ma sát cần thiết để giữ cho chiếc xe khỏi trượt xuống khỏi đường nghiêng.

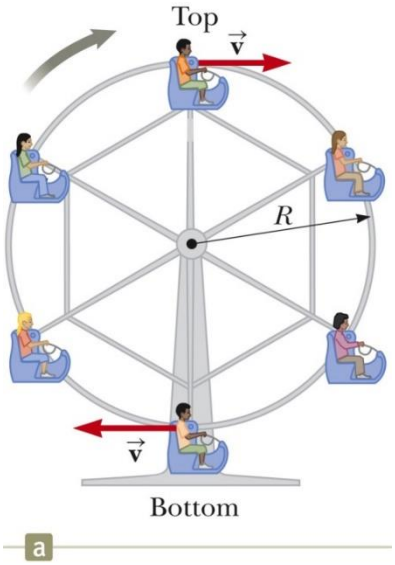
Nếu chiếc xe chạy trên đường cong lớn hơn tốc độ thiết kế, thì lực ma sát cần thiết để giữ cho xe khỏi trượt lện trên đường nghiêng.



Hình 6.4: Một chiếc xe hơi chuyển động trên đường thiết kế nghiêng khi đi qua đoạn đường cong

Bài tập mẫu 6.4: Trò chơi vòng quay khổng lồ

Một đứa trẻ có khối lượng m ngồi trên trò chơi vòng quay khổng lồ như hình vẽ. Biết bán kính vòng quay là R, tốc độ chuyển động của đứa trẻ không đổi v. Xác định lực tác dụng lên ghế đứa trẻ ngồi tại vị trí thấp nhất và cao nhất của vòng tròn.



Hình 6.4a: Những đứa trẻ chơi trò chơi vòng quay khổng lồ

Giải:

Khái niệm: Dựa vào hình 6.6, ta thấy rằng tại vị trí cao nhất (top) và vị trí thấp nhất (bottom) thì phản lực tiếp tuyến và lực hấp dẫn ngược chiều nhau. Nhưng tổng hợp lực của 2 lực này có độ lớn không đổi để giữ cho nhưng đứa trẻ chuyển động với tốc độ không đổi trên quỹ đạo tròn. Nhưng lực hấp dẫn thì không thay đổi, do đó, phản lực tiếp tuyến tại vị trí cao nhất sẽ nhỏ hơn tại ví trí thấp nhất.

Phân loại: Bởi vì những đứa trẻ chuyển động với tốc độ không đổi nên sử dụng mô hình *chất điểm chuyển động tròn đều*, và chịu tác dụng của lực hấp dẫn trong toàn bộ quá trình chuyển động.

Phân tích: Ở vị trí thấp nhất của quỹ đạo, lực hướng lên (phản lực pháp tuyến) tác dụng lên vật lớn hơn trọng lượng của vật.

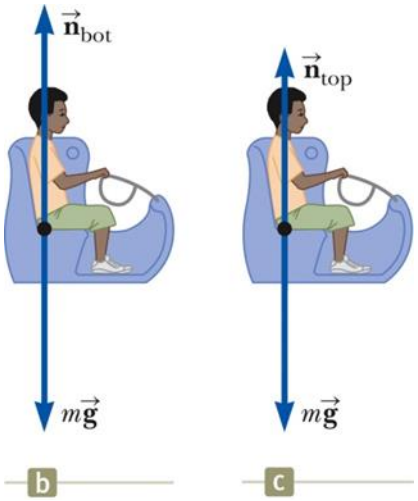
$$\sum F = n_{bot} - mg = \frac{mv^2}{r}$$

$$n_{bot} = mg\left(1 + \frac{v^2}{rg}\right)$$

Còn ở vị trí trên cùng của quỹ đạo, phản lực pháp tuyến tác dụng lên vật nhỏ hơn trọng lực của vật.

$$\sum F = n_{top} + mg = \frac{mv^2}{r}$$

$$n_{top} = mg\left(\frac{v^2}{rg} - 1\right)$$

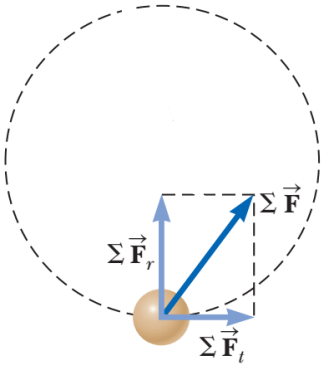


Hình 6.4b,c: Phân tích lực

Hoàn tất: Rõ ràng độ lớn của 2 lực tính được đúng như dự đoán ở phần khái niệm.

6.2 Chuyển động tròn không đều

Ở chương 4, chúng ta đã khảo sát chuyển động trên một đoạn đường tròn với tốc độ thay đổi thì ngoài gia tốc hướng tâm sẽ có thêm thành phần gia tốc tiếp tuyến. Điều đó, có nghĩa là lực tác dụng lên chất điểm cũng có thể phân tích ra thành phần hướng tâm và thành phần tiếp tuyến.



Hình 6.5: chuyển động tròn không đều

Bởi vì, gia tốc tổng cộng có dạng: $\vec{a} = \vec{a_r} + \vec{a_t}$ nên tổng hợp lực tác dụng lên chất điểm được biểu diễn là: $\sum \vec{F} = \sum \vec{F_r} + \sum \vec{F_t}$

Vectơ $\sum \vec{F_r}$ là lực hướng tâm, có chiều vào tâm của quỹ đạo tròn là lực gây ra gia tốc hướng tâm, còn vectơ $\sum \vec{F_r}$ tiếp tuyến với đường tròn, là lực gây ra gia tốc tiếp tuyến làm thay đổi tốc độ của chất điểm theo thời gian.

Câu hỏi 6.1: Một hạt gỗ đục lỗ trượt dọc theo sợi dây có dạng như hình 6.6: a) Hãy vẽ các vectơ lực tác dụng lên hạt gỗ tại các vị trí A, B và C . b) Giả sử rằng hạt gỗ được tăng tốc với gia tốc tiếp tuyến không đổi khi chuyển động hướng sang phải. Hãy vẽ các vectơ lực tác dụng lên hạt gỗ tại các điểm A, B và C.

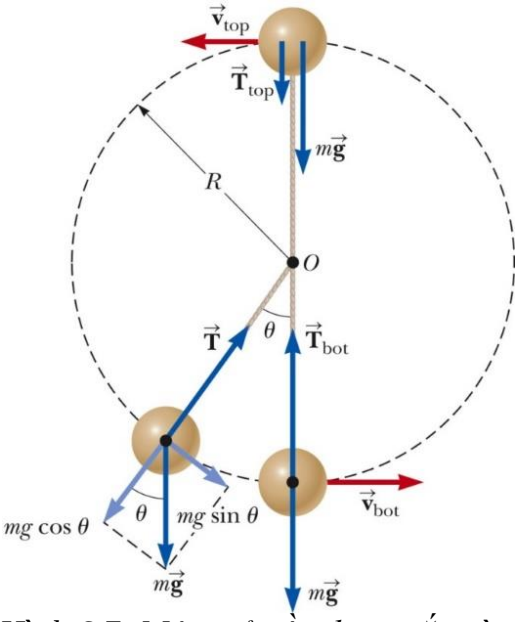
Hình 6.6: một hạt gỗ chuyển động dọc theo sợi dây

Bài tập mẫu 6.5: Chuyển động tròn không đều theo phương thẳng đứng

Một quả cầu nhỏ khối lượng m được gắn vào đầu một sợi dây có chiều dài R và đang quay theo phương thẳng đứng quanh điểm O cố định như hình vẽ. Hãy xác định gia tốc tiếp tuyến của quả cầu và lực căng dây khi vận tốc của quả cầu là v và sợi dây tạo một với phương thẳng đứng một góc θ.

Giải:

Khái niệm: So sánh chuyển động của quả cầu ở hình 6.7 và những đứa trẻ ở hình 6.4 thì thấy rằng cả hai đều chuyển động theo quỹ đạo tròn, nhưng điều khác ở đây là quả cầu chuyển động không đều, do đó, ở tại hầu hết các điểm trên quỹ đạo chuyển động của quả cầu, thành phần gia tốc tiếp tuyến được đóng góp bởi lực hấp dẫn.



Hình 6.7: Một quả cầu được gắn vào một sợi dây và quay theo phương thẳng đứng.

Phân loại: Bài toán này sẽ sử dụng mô hình *chất điểm chuyển động dưới tổng hợp lực,* và chịu tác dụng của lực hấp dẫn trong toàn bộ quá trình chuyển động.

Phân tích: Từ hình 6.7, các lực tác dụng lên quả cầu chỉ có 2 lực: lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên quả cầu $\vec{F_g} = m.\vec{g}$ và $\vec{T}$ lực căng dây. Trọng lực $\vec{F_g}$ sẽ được phân tích thành 2 thành phần, theo phương tiếp tuyến là *mgsinθ* và theo phương hướng tấm là *mgcosθ.*

Áp dụng định luật 2 Newton theo phương tiếp tuyến:

$$\sum F_t = mg\sin\theta = ma_t \rightarrow a_t = g\sin\theta$$

Áp dụng định luật 2 Newton theo phương hướng tâm:

$$\sum F_r = T - mg\cos\theta = ma_r = \frac{mv^2}{R}$$

Do đó, đối với chuyển động tròn không đều. Lực căng dây được tính theo công thức:

$$T = mg\left(\frac{v^2}{Rg} + \cos\theta\right) \qquad (6.6)$$

Xét điểm trên cùng và dưới cùng của đường tròn. Ta thấy:

Lực căng tại điểm dưới cùng là lớn nhất:

$$T = mg\left(\frac{v_{bot}^2}{Rg} + 1\right)$$

Còn lực căng tại điểm trên cùng là nhỏ nhất

$$T = mg\left(\frac{v_{top}^2}{Rg} - 1\right)$$

Nếu lực căng tại điểm trên cùng $T_{top} = 0$, thì

$$v_{top} = \sqrt{gR}$$

6.3 Chuyển động trong hệ quy chiếu phi quán tính

Lực quán tính là kết quả khi chúng ta xét chuyển động trong một hệ quy chiếu không (phi) quán tính.

Lực quán tính xuất hiện và tác dụng lên vật giống như một lực thực, tuy nhiên chúng ta không thể phát hiện vật thứ hai nào gây ra lực quán tính đó. Nên nhớ rằng lực thực luôn gây ra bởi tương tác giữa hai vật nào đó.

Lực quán tính dễ thấy nhất khi các vật chuyển động thẳng có gia tốc.

6.3.1 Lực ly tâm

Đối với hệ quy chiếu gắn với hành khách (trên hình 6.8b), một lực xuất hiện đẩy cô ta nghiêng khỏi ghế về phía bên phải.

Đối với hệ quy chiếu gắn với Trái Đất, chiếc xe hơi tác dụng một lực về bên trái vào hành khách (hình 6.8c).

Lực đẩy hành khách ra ngoài được gọi là lực ly tâm. Nó là lực quán tính do xuất hiện gia tốc hướng tâm khi xe chuyển hướng.

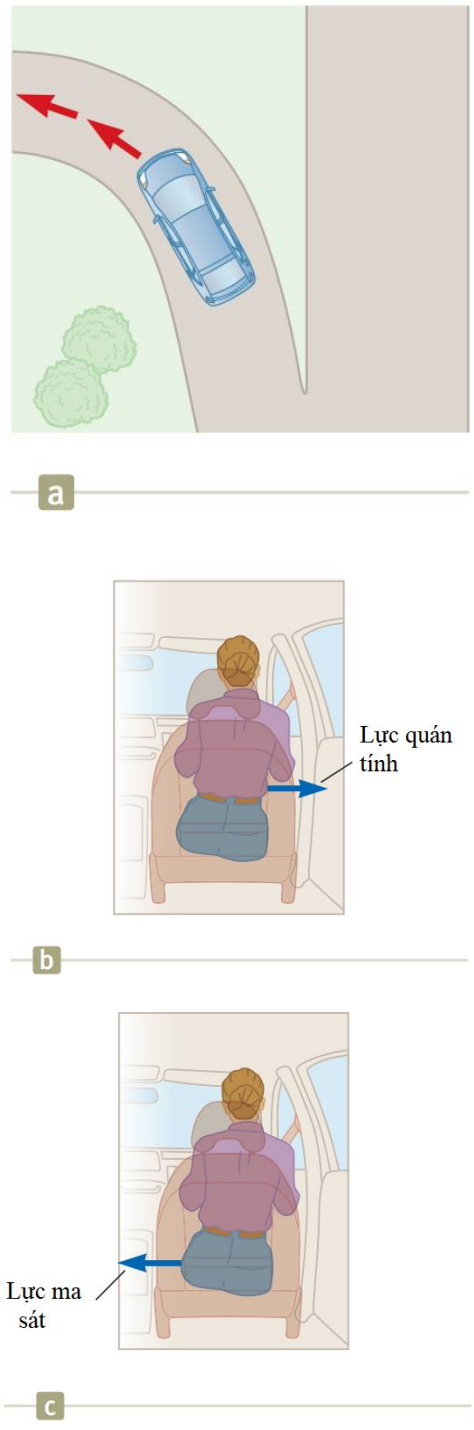
Còn trên thực tế, lực ma sát chính là lực giữ cho hành khách chuyển động cùng với chiếc xe. Do đó, nếu lực ma sát không đủ lớn, hành khách sẽ tiếp tục chuyển động thẳng theo phương ban đầu theo định luật 1 Newton.

6.3.2 Lực Coriolis

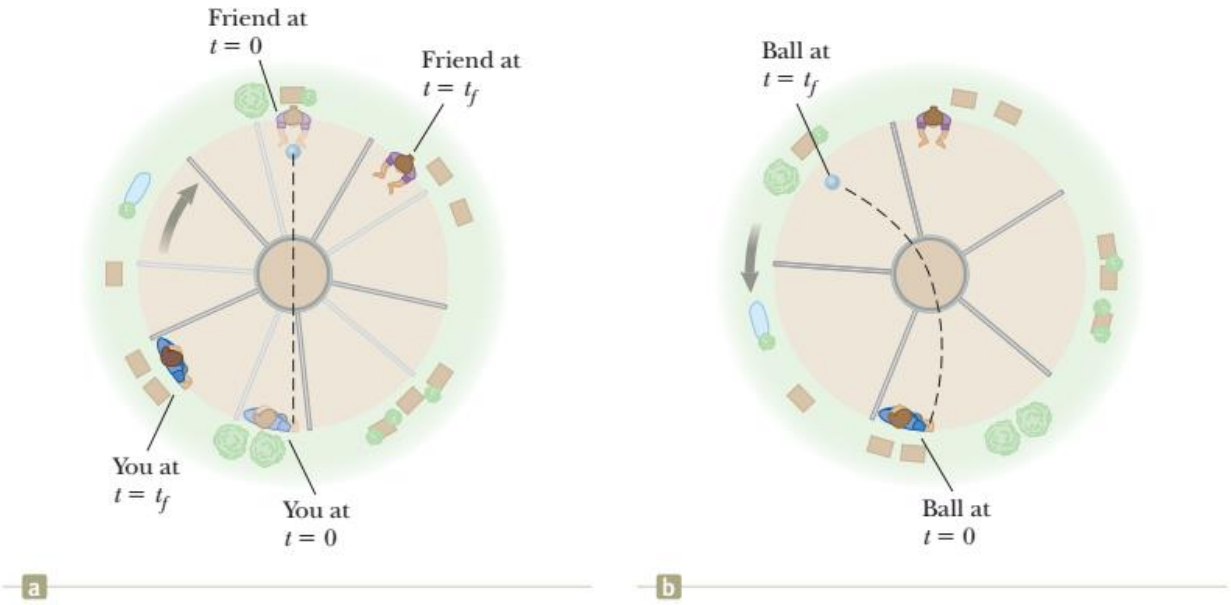
Đây là lực xuất hiện bởi sự thay đổi bán kính quỹ đạo của một vật trong một hệ quy chiếu đang quay.

Trong hình vẽ 6.9, kết quả của chuyển động quay của vòng xoay là đường cong của quả bóng ném.

Đối với người bắt bóng, một lực theo phương ngang tác dụng vào làm quả bóng chuyển động cong.



Hình 6.8: a. Khi chiếc xe đi vào đoạn đường rẽ sang trái thì hành khách bị nghiêng sang phải, lực tác dụng: b. đối với hành khách. c. đối với Trái Đất



Hình 6.9: Khi 2 người bạn đứng trên một vòng xoay lớn, bạn cố gắng ném bóng thẳng về phía bạn mình. a. đối với người quan sát đứng dưới mặt đất. b. đối với người quan sát đứng cùng trên vòng quay.

Ví dụ về lực quán tính:

Mặc dù lực quán tính không phải lực thực, nhưng nó lại gây ra những tác động thực. Ví dụ:

- Những vật trên xe hơi thường bị trượt đi.
- Bạn cảm giác như bị đẩy ra ngoài khi ngồi trên một bề mặt đang quay.
- Lực Coriolis chịu trách nhiệm cho chuyển động quay trong hệ thống thời tiết, bao gồm cả bão, và các dòng hải lưu.

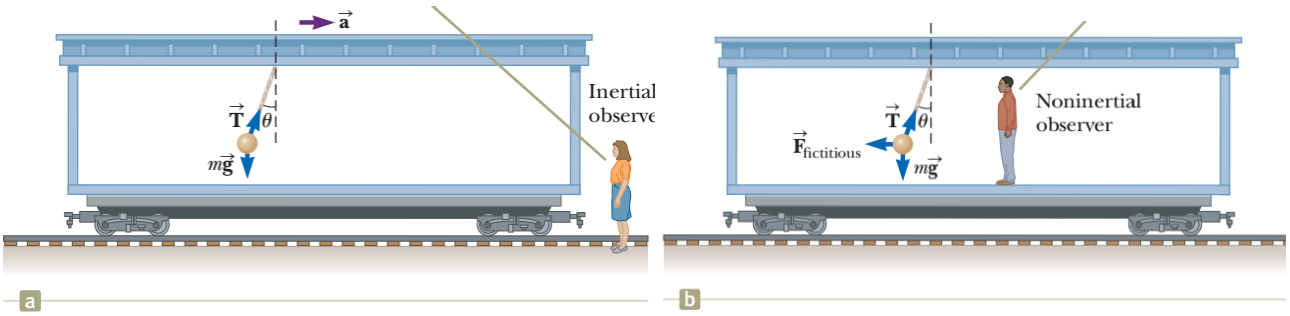
Câu hỏi 6.2: Một hành khách ngồi trên xe đang rẽ trái như hình 6.8. Chọn phát biểu đúng về lực theo phương nằm ngang nếu hành khách ấy đặt tay lên cửa sổ: a) Hành khách ấy ở trạng thái cân bằng bởi lực thực tác dụng sang bên phải và lực thực tác dụng sang bên trái. b) Hành khách chịu tác dụng của lực chỉ tác dụng sang bên phải. c) Hành khách chỉ bị lực thực tác dụng sang bên trái. d) Không có phát biểu nào ở trên đúng.

6.3.3 Lực quán tính trong chuyển động thẳng

Đối với quan sát viên ở ngoài xe (hình a), gia tốc của quả cầu do thành phần nằm ngang của lực căng dây gây ra. Còn vật ở trạng thái cân bằng theo phương thẳng đứng

$$\sum F_x = T\sin\theta = ma$$
$$\sum F_y = T\cos\theta - mg = 0$$

Đối với quan sát viên trên xe (hình b), tổng hợp lực tác dụng lên quả cầu bằng 0 và vật ở trạng thái cân bằng theo cả hai phương



Hình 6.10: Một quả cầu nhỏ được treo trên một sợi dây cột trên trần một toa tàu. Các lực tác dụng lên quả cầu đối với: a. hệ quy chiếu quán tính. b. hệ quy chiếu phi quán tính

$$\sum F'_x = T\sin\theta - F_{fictitious} = ma$$
$$\sum F'_y = T\cos\theta - mg = 0$$

Và hai phương trình ở hai hệ quy chiếu sẽ thỏa mãn khi:

$$F_{fictiitous} = ma \qquad (6.7)$$

6.4 Chuyển động với lực cản

Chuyển động của một vật có thể trong một môi trường nào đó như chất lỏng, hoặc chất khí. Và môi trường sẽ tác dụng lên vật một lực cản $\vec{R}$ khi vật chuyển động trong nó.

Độ lớn của lực cản $\vec{R}$ phụ thuộc vào nhiều yếu tố như: bản chất môi trường, tốc độ của vật, hình dạng và kích thước của vật.

Hướng của lực cản luôn ngược với hướng chuyển động của vật so với môi trường.

$\vec{R}$ gần như luôn tăng cùng với sự tăng của tốc độ. Độ lớn của lực cản $\vec{R}$ phụ thuộc rất phức tạp vào tốc độ. Chúng ta chỉ khảo sát hai trường hợp:

- $\vec{R}$ tỉ lệ với tốc độ (v): *đối với* các trường hợp vật chuyển động với tốc độ nhỏ và các vật có kích thước nhỏ (ví dụ như các hạt bụi chuyển động trong không khí).
- $\vec{R}$ tỉ lệ với bình phương tốc độ (v^2): trong trường hợp vật có kích thước lớn (ví dụ như người nhảy dù).

6.4.1 Lực cản tỉ lệ với tốc độ

Lực cản có thể cho bởi công thức:

$$\vec{R} = -b\vec{v} \qquad (6.8)$$

Với b phụ thuộc vào tính chất của môi trường và hình dáng, kích thước của vật. $\vec{v}$ là vận tốc của vật đối với môi trường. Dấu trừ trong công thức thể hiện lực cản ngược hướng với chiều chuyển động.

Bài tập mẫu 6.6:

Xét một quả cầu nhỏ có khối lượng m đang rơi trong chất lỏng từ trạng thái nghỉ.

Những lực tác dụng lên vật:

- Lực cản
- Lực hấp dẫn

Kết quả của chuyển động là:

$$mg - bv = ma = m\frac{dv}{dt}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = g - \frac{b}{m}v$$

Lực cản tỉ lệ với tốc độ:

- Tại thời điểm ban đầu, $v = 0$ và $dv/dt = g$
- Theo thời gian, *lực cản R tăng, còn gia tốc giảm dần.*

Gia tốc của vật bằng 0 khi $R = mg$

Lúc này, tốc độ v đạt đến tốc độ tốc giới hạn và không thay đổi nữa.

Vận tốc giới hạn

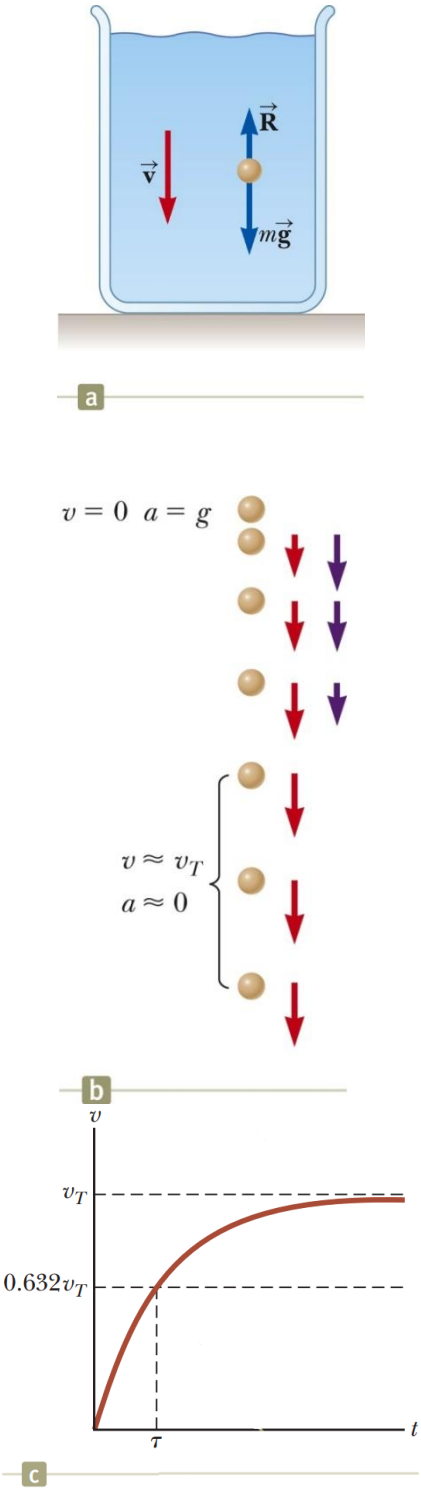
Để tìm vận tốc giới hạn, ta có $a = 0$

$$v_T = \frac{mg}{b}$$

Giải phương trình vi phân, ta được:

$$v = \frac{mg}{b}\left(1 - e^{-bt/m}\right) = v_T\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

Với τ là hằng số thời gian, có độ lớn: $\tau = \frac{m}{b}$



Hình 6.11: Chuyển động của một vật rơi trong chất lỏng a.,b. và đồ thị tốc độ phụ thuộc thời gian của vật đó c.

6.4.2 Lực cản tỉ lệ thuận với bình phương tốc độ

Những vật chuyển động với tốc độ lớn trong không khí, lực cản của không khí sẽ tỉ lệ với bình phương vận tốc:

$$R = \tfrac{1}{2} D\rho A v^2 \quad (6.9)$$

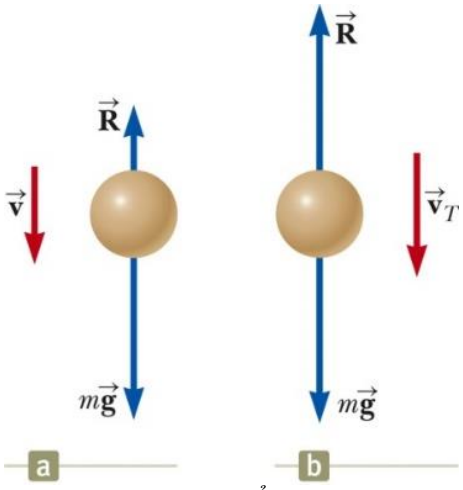
Với D là một đại lượng không thứ nguyên được gọi là hệ số cản, ρ là mật độ của không khí, A là diện tích tiết diện vuông góc với vận tốc của vật, v là tốc độ của vật.

Khảo sát một vật rơi trong không khí khi tính đến lực cản của không khí:

$$\sum F = mg - \frac{1}{2} D\rho A v^2 = ma \quad a = g - \left(\frac{D\rho A}{2m}\right) v^2$$

Vận tốc giới hạn sẽ đạt được khi gia tốc tiến tới 0.

Giải các phương trình trên ta sẽ được: $v_T = \sqrt{\frac{2mg}{D\rho A}}$ (6.10)



Hình 6.12: Chuyển động của một vật rơi trong chất lỏng.

Bảng 6.1: Một vài tốc độ giới hạn

Vật thể	Khối lượng (kg)	Diện tích mặt cắt (m^2)	Vận tốc giới hạn (m/s)
Người nhảy dù	75	0,7	60
Quả bóng chày (bán kính 3,7 cm)	0,145	$4{,}2.10^{-3}$	43
Quả golf (bán kính 2,1 cm)	0,046	$1{,}4.10^{-3}$	44
Hạt mưa đá (bán kính 0,5 cm)	$4{,}8.10^{-4}$	$7{,}9.10^{-5}$	14
Giọt mưa (bán kính 0,2 cm)	$3{,}4.10^{-5}$	$1{,}3.10^{-5}$	9

Bài tập mẫu 6.7: Người nhảy dù

Quan sát một người nhảy dù nhảy từ máy bay ra:

- Vận tốc ban đầu bằng 0
- Rơi với gia tốc trọng trường
- Rơi với vận tốc tăng dần, nhưng sau đó tăng chậm dần do lực cản tăng.

Trên thực tế, khi lực hấp dẫn cân bằng với lực cản, người đó đạt đến vận tốc giới hạn.

Khi bung dù:

- Đôi khi sau khi đạt vận tốc giới hạn, dù sẽ được bung ra.
- Tạo ra sự tăng lên rất lớn của lực cản. Dẫn đến tổng hợp lực, và gia tốc lúc này lại theo phương hướng lên. Do đó, vận tốc rơi sẽ giảm xuống.
- Và lúc này, sẽ đạt đến một vận tốc giới hạn mới, nhỏ hơn vận tốc cũ.

Hình 6.13: Một người nhảy dù

Bài tập mẫu 6.8: Sự rơi của tấm lọc cà phê

Một loạt các tấm lọc cà phê (dạng cái bát) được cho rơi tự do và khảo sát vận tốc giới hạn.

Hằng số thời gian τ là nhỏ, các tấm lọc cà phê đạt vận tốc giới hạn rất nhanh.

Các thông số:

- Khối lượng của mỗi tấm lọc là m_{each} = 1.64 g
- Xếp các tấm lọc chồng lên nhau sao cho diện tích bề mặt không tăng
- Mô hình:
- Xem như các tấm lọc là chất điểm ở trạng thái cân bằng

Số liệu thu được từ thực nghiệm:

Bảng 6.2: Vận tốc giới hạn và lực tác dụng lên tấm lọc cà phê

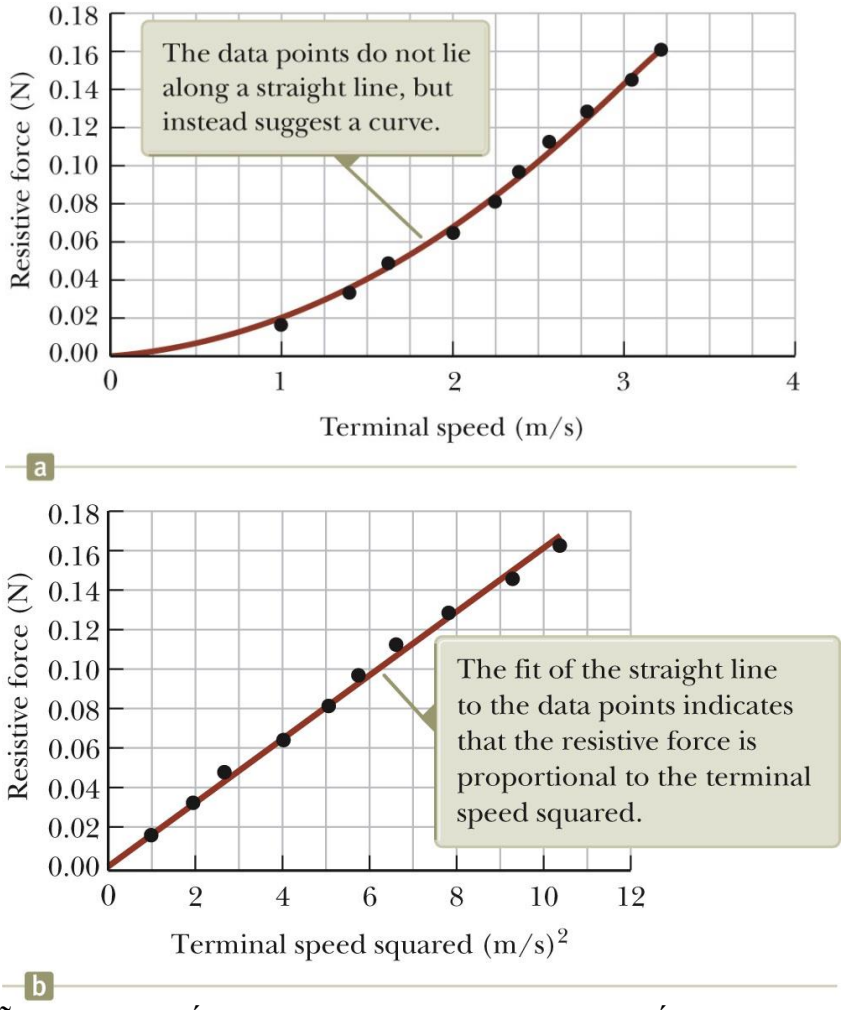
Số tấm lọc	Vận tốc giới hạn (m/s)	Lực cản R (N)
1	1.01	0.0161
2	1.40	0.0322
3	1.63	0.0483
4	2.00	0.0644
5	2.25	0.0805

6	2.40	0.0966
7	2.57	0.1127
8	2.80	0.1288
9	3.05	0.1449
10	3.22	0.1610

Khi đạt đến tốc độ giới hạn, lực cản hướng lên cân bằng với trọng lực hướng xuống:

R= mg

Khảo sát đồ thị:



Đồ thị biểu diễn trên cho thấy sự phụ thuộc của lực cản vào tốc độ giới hạn lại không phải là đường thẳng.

Nghĩa là lực cản không tỉ lệ với tốc độ của vật.

Đồ thị phụ thuộc của lực cản vào bình phương tốc độ lại là đường thẳng. Nghĩa là lực cản tỉ lệ với bình phương tốc độ của vật.

Bài tập mẫu 6.9: Lực cản tác dụng lên một quả bóng chày.

Vật thể chuyển động theo phương ngang trong không khí. Lực cản không khí làm quả bóng chuyển động chậm dần. Còn lực hấp dẫn làm quỹ đạo của quả bóng bị cong xuống. Quả bóng có thể xem như chất điểm chuyển động dưới tác dụng của hợp lực.

Hãy xét tại một thời điểm, nên không lo ngại về gia tốc.

Tìm D và R từ công thức 6.9 và 6.10, ta có:

$$D = \frac{2mg}{v_T^2 \rho A}$$

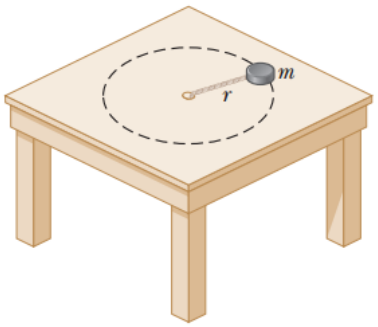
$$R = \frac{1}{2} D \rho A v^2$$

Câu hỏi lý thuyết chương 6

1. Lực nào làm cho các vật sau đây chuyển động: a. Ô tô; b. Máy bay trực thăng; c. Thuyền chèo. d. Xe đạp.
2. Một vật chuyển động tròn với tốc độ không đổi khi tổng lực tác dụng có độ lớn không đổi và vuông góc với vận tốc. Điều gì xảy ra nếu lực không vuông góc với vận tốc?
3. Nếu một người nói với bạn rằng các phi hành gia trên quỹ đạo ở trạng thái không trọng lực vì họ đã thoát khỏi lực hấp dẫn. Bạn có đồng ý với nhận định đó không? Giải thích.
4. Một thùng đựng nước có thể quay được theo phương thẳng đứng mà nước không đổ. Hãy giải thích vì sao nước không đổ ra khỏi thùng ngay cả khi thùng ở vị tri trên đầu bạn?

Bài tập chương 6:

1. Một sợi dây mảnh có thể treo được vật nặng 25kg trước khi bị đứt. Gắn vật khối lượng m = 3kg với sợi dây trên và cho vật m quay trên mặt bàn nằm ngang theo quỹ đạo tròn bán kính r = 0,8m, đầu cuối của dây được giữ cố định như hình bên. Hỏi khoảng giá trị tốc độ vật đạt được trước khi dây đứt.



ĐS: 0 đến 8,1m/s

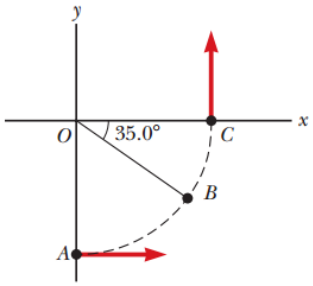
2. Trong mô hình nguyên tử Bohr của nguyên tử hydro, 1 electron di chuyển theo quỹ đạo tròn quanh 1 proton. Tốc độ electron xấp xỉ $2{,}2.10^6$m/s. Tìm (a) lực tác dụng lên electron khi nó chuyển động với quỹ đạo tròn bán kính $0{,}529.10^{-10}$m và (b) gia tốc hướng tâm của electron.

ĐS:$8{,}3.10^{-8}$N; $9{,}15.10^{22}$m/s^2

3. Một đoạn đường cong được xem là một phần của đường tròn nằm ngang. Một ô tô đi đến đoạn đường đó với tốc độ không đổi 14m/s, lực theo phương ngang đối với tài xế là 130N. Hỏi nếu tốc độ xe đi trên đường cong đó là 18m/s thì tổng lực theo phương ngang là bao nhiêu?

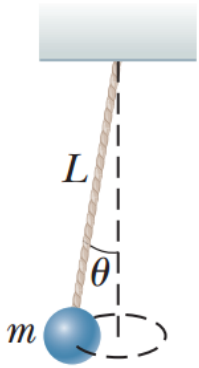
   ĐS: 215N

4. Một ô tô ở thời điểm ban đầu đang đi về hướng đông thì bắt đầu quẹo về hướng bắc theo một quỹ đạo tròn với tốc độ không đổi như hình. Chiều dài của cung tròn ABC là 235m, ô tô đó hoàn thành cú quẹo trong 36s. (a) Tính gia tốc của xe khi nó ở B – tọa độ góc 35°. (b) Tính tốc độ trung bình của xe và (c) gia tốc trung bình của xe trong khoảng thời gian 36s.



   ĐS: $-0{,}23\vec{i} + 0{,}16\vec{j}$ m/s^2; 6,5m/s; $-0{,}18\vec{i} + 0{,}18\vec{j}$ m/s^2

5. Một con lắc cho như hình bên với vật nặng m = 80kg gắn với dây dài L = 10m và tạo góc $\theta = 5^o$ so với phương đứng. Tính (a) các thành phần theo phương ngang và theo phương thẳng đứng của lực căng dây tác dụng lên vật và (b) gia tốc pháp tuyến của vật.

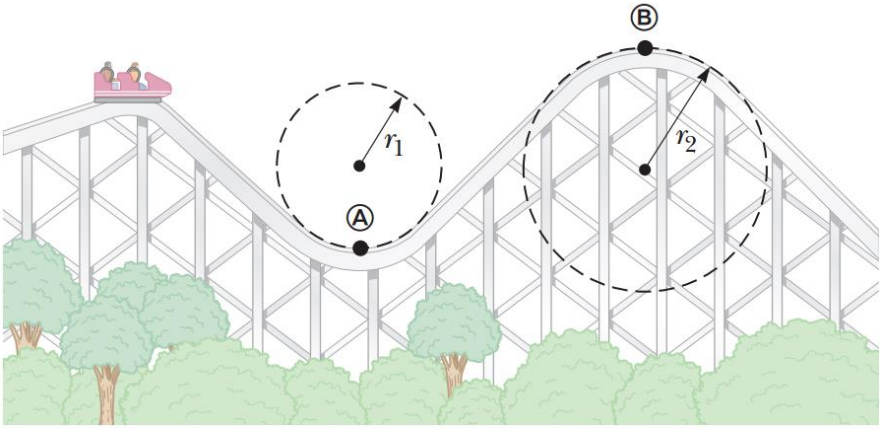


   ĐS: $(68{,}6\vec{i} + 784\vec{j})$N; 0,86m/s^2

6. Một cậu bé nặng 40kg ngồi trên xích đu nối với hai sợi dây xích mỗi sợi dài 3m. Lực căng trên mỗi dây ở điểm thấp nhất là 350N. Tìm (a) tốc độ của bé tại điểm thấp nhất và (b) lực tác dụng của ghế lên bé tại điểm thấp nhất. (Bỏ qua khối lượng ghế ngồi).

   ĐS: 4.8m/s^2; 700N

7. Một tàu lượn siêu tốc như hình dưới đây có khối lượng 500kg (tính luôn các hành khách). Tàu lượn bắt đầu di chuyển từ vị trí trên hình đến điểm B, nó chỉ di chuyển lên xuống, không có chuyển động qua trái hay qua phải. (a) Nếu tàu lượn trên đạt tốc độ 20m/s tại A, hỏi lực do đường ray tác dụng lên tàu tại điểm đó là bao nhiêu? (b) Tốc độ tối đa của tàu lượn tại B là bao nhiêu để nó vẫn còn trên đường ray khi đến B? Giả sử đường ray tại A và B là một phần của đường tròn bán kính lần lượt là r_1 = 10m và r_2 = 15m.

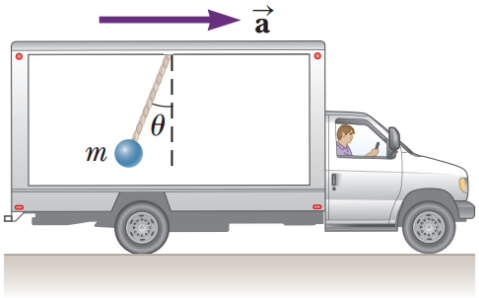


   ĐS: 2.5.10^{4}N; 12m/s

8. Một người (nặng 85kg) muốn thử băng qua dòng sông bằng các đu một cái dây leo. Biết dây leo dài 10m, tốc độ của anh ta tại điểm thấp nhất là 8m/s. Anh ta không biết rằng dây bị đứt nếu lực căng dây đạt 1000N. Hỏi anh ta có băng qua được dòng sông mà không bị rớt xuống nước không?

   ĐS: Không!!!

9. Một vật khối lương m = 0,5kg treo trên một dây nối với trần một xe tải như hình bên. Xe tải đang chuyển động với gia tốc a = 3m/s^2. Tìm (a) góc hợp bởi dây với phương thẳng đứng và (b) độ lớn lực căng dây.



   ĐS: 17^o; 5,1N

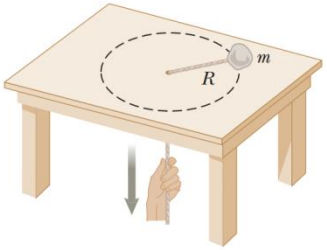
10. Một người nhảy dù nặng 80kg nhảy từ một máy bay đang di chuyển chậm và đạt tốc độ cuối cùng là 50m/s. (a) Gia tốc của người này là bao nhiêu khi tốc độ đạt 30m/s? Lực cản tác dụng lên người nhảy dù khi tốc độ là (b) 50m/s và (c) 30m/s.

    ĐS: 6,3m/s^2; 784N; 283N

11. Một miếng vật liệu xốp nhỏ rơi từ độ cao 2m so với mặt đất. Gia tốc của vật đó có độ lớn $a = g - B.v$ cho đến khi nó đạt đến tốc độ cuối. Sau khi nó rơi được 0,5m, nó đạt đến tốc độ cuối, và mất 5s nữa để đến mặt đất. (a) Xác định giá trị hằng số B? (b) Gia tốc tại t = 0? (c) Gia tốc của nó bao nhiêu khi tốc độ đạt 0,15m/s.

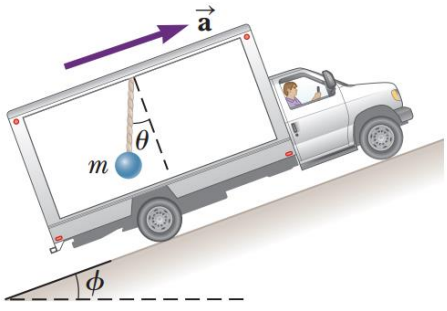
    ĐS: 32,7s^{-1}; 9,8m/s^2; 4,9m/s^2

12. Một dây nối với một hòn đá bằng lực căng 50N để giúp hòn đá chuyển động tròn với bán kính 2,5m, tốc độ đạt 20.4m/s trên mặt ngang không ma sát (hình bên). Khi kéo dây xuống phía dưới bàn thì tốc độ hòn đá tăng. Khi chiều dài dây trên bàn còn 1m thì tốc độ của hòn đá đạt 51m/s, lúc này dây đứt. Xác định lực căng làm dây đứt.



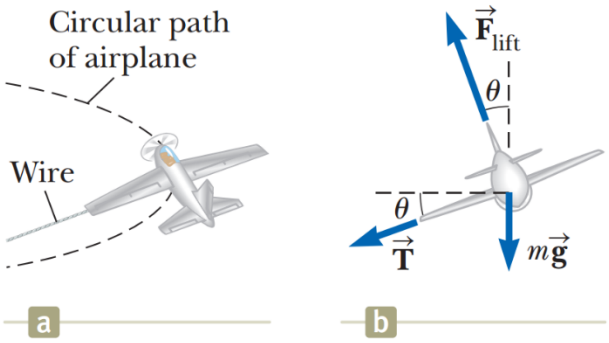
    ĐS: 781N

13. Một xe tải đang lên dốc với gia tốc không đổi, dốc tạo với phương ngang một góc ϕ (hình). Một quả cầu nhỏ khối lượng m gắn với một dây mảnh treo trên trần xe tải. Lúc này, góc hợp bởi con lắc với phương vuông góc với trần là θ, hãy tìm biểu thức tính gia tốc a theo m, θ, ϕ.



    ĐS: $a = g(\cos\phi\tan\theta - \sin\phi)$

14. Một máy bay mô hình nặng 0,75kg bay với tốc độ 35m/s theo một đường tròn nằm ngang bằng một sợi dây điều khiển dài 60m (hình a). Các lực tác dụng vào máy bay như hình b gồm có: lực căng dây, trọng lực và lực nâng khí động học có phương tạo với phương đứng một góc $\theta=20^o$. Tính lực căng trên dây, giả sử nó tạo một góc không đổi so với phương ngang là $\theta=20^o$.



ĐS: 12.8N

15. Khi $t < 0$, một vật khối lượng m đang chuyển động thẳng đều theo chiều dương trục x với tốc độ v_i. Tại thời điểm $t = 0$, vật đi qua vị trí $x = 0$, nó chịu tác dụng của lực cản biết tổng lực cản tỷ lệ với bình phương tốc độ của nó $\overrightarrow{F_{net}} = -mkv^2\hat{\imath}$ với k là hằng số. Tốc độ của nó sau thời điểm $t = 0$ được cho bởi phương trình $v = v_i/(1 + kv_it)$. (a) Tìm hàm phụ thuộc vị trí của vật theo thời gian $x = f(t)$. (b) Tìm hàm vận tốc của vật theo vị trí x.

ĐS: $x = \frac{1}{k} ln(1 + v_ikt)$