

Chương 3: Vec-tơ

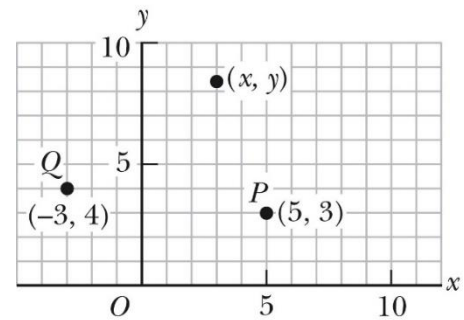
Trong vật lý, ta thường làm việc với các đại lượng có cả thuộc tính về số và về hướng đó là các đại lượng vec-tơ. Đại lượng vec-tơ được dùng nhiều trong sách này nên bạn cần phải nắm vững những kỹ thuật được trình bày trong chương này.

3.1 Các hệ tọa độ

Các hệ tọa độ được sử dụng để mô tả vị trí của một điểm trong không gian. Phần này sẽ trình bày về hệ tọa độ Descartes và hệ tọa độ cực.

3.1.1 Hệ tọa độ Descartes:

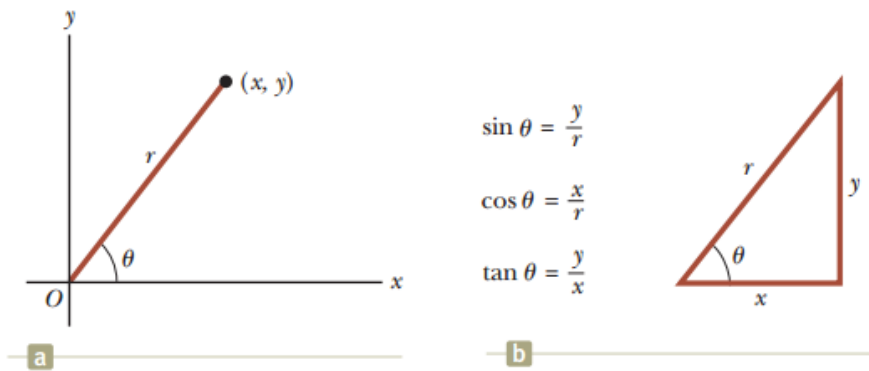
Hệ tọa độ Descartes còn được gọi là hệ tọa độ vuông góc. Trong đó có hai trục tọa độ x và y vuông góc với nhau và giao nhau tại gốc tọa độ (hình 3.1).



Hình 3.1 Trong hệ tọa độ Descartes, một điểm trong mặt phẳng được gán nhãn (x, y)

3.1.2 Hệ tọa độ cực

Hệ tọa độ cực bao gồm một gốc tọa độ và một đường thẳng qui chiếu. Một điểm cách gốc tọa độ một khoảng r theo hướng θ tính từ đường thẳng qui chiếu (hình 3.2 a). Thường thì ta chọn trục Ox làm đường thẳng qui chiếu.



Hình 3.2 (a) Hệ tọa độ cực, các điểm được gán nhãn (r, θ) ; (b) liên hệ giữa (x, y) và (r, θ)

Trong nhiều trường hợp, sử dụng hệ tọa độ cực sẽ dẫn đến các phép tính đơn giản hơn so với hệ tọa độ Descartes.

3.1.3 Chuyển đổi từ tọa độ cực sang tọa độ Descartes:

$$\text{Dựa trên tam giác vuông dựng từ } r \text{ và } \theta \text{ ta có: } x = r \cos \theta \quad (3.1); \quad y = r \sin \theta \quad (3.2)$$

Nếu biết trước các tọa độ x và y thì $\tan\theta = \frac{y}{x}$ (3.4) và $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ (3.5)

Bài tập mẫu 3.1:

Các tọa độ Descartes của một điểm trong mặt phẳng xy là $(x, y) = (-3.50; -2.50)$ m như hình 3.3. Hãy tìm các tọa độ cực của điểm này.

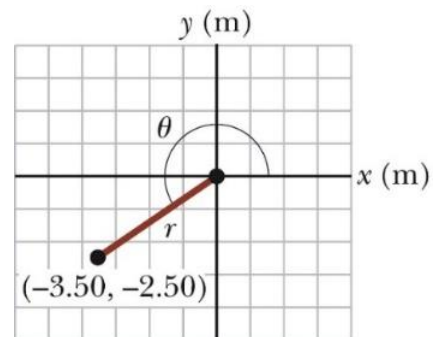
Giải:

Từ phương trình (3.4) ta có:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-3,50 \text{ m})^2 + (-2,50 \text{ m})^2} = 4,30 \text{ m}$$

Từ phương trình (3.3) suy ra:

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{-2,50 \text{ m}}{-3,50 \text{ m}} = 0,714 \Leftrightarrow \theta = 216^\circ$$



Hình 3.3 Tìm các tọa độ cực.

3.2 Đại lượng vec-tơ và đại lượng vô hướng

3.2.1 Đại lượng vô hướng

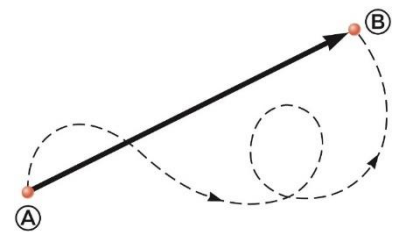
Đại lượng vô hướng được xác định một cách trọn vẹn bằng một giá trị với một đơn vị đo tương ứng và không có hướng.

- Nhiều đại lượng là số luôn dương.
- Một vài đại lượng có thể âm hoặc dương.
- Có thể dùng các quy tắc số học để làm việc với các đại lượng vô hướng.

3.2.2 Đại lượng vec-tơ

Đại lượng vec-tơ chỉ được xác định một cách trọn vẹn bởi một con số kèm theo đơn vị đo và một hướng nhất định.

Ví dụ về vec-tơ: Một hạt chuyển động từ A đến B dọc theo một đường cong (nét đứt) như hình vẽ.



Hình 3.4 Một chất điểm chuyển động từ A đến B theo đường nét đứt.

- Quãng đường mà hạt đi được là một đại lượng vô hướng (chính là độ dài của đường cong).
- Độ dời của chất điểm là đường thẳng liền nét từ A đến B, nó không phụ thuộc vào dạng của đường cong giữa 2 điểm A và B. Vì vậy độ dời là một vec-tơ.

Cách trình bày vec-tơ: Trong tài liệu này, vec-tơ được thể hiện bằng một chữ cái in đậm và một dấu mũi tên trên đầu hoặc có thể không có mũi tên: \vec{A}, \mathbf{A} . Khi nói về độ lớn của vec-tơ, ta dùng chữ in nghiêng A hoặc ghi rõ $|\vec{A}|$.

Độ lớn của vec-tơ sẽ có một đơn vị vật lý và luôn là một số dương.

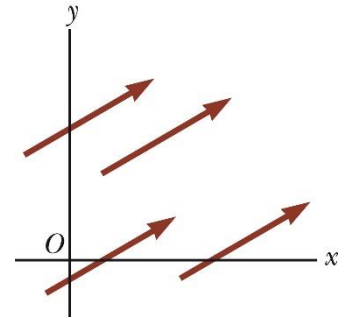
Nếu viết tay thì phải dùng thêm dấu mũi tên.

Câu hỏi 3.1: Điều nào sau đây là đại lượng vec-tơ và điều nào là đại lượng vô hướng?
 (a) Tuổi của bạn, (b) gia tốc, (c) vận tốc, (d) tốc độ, (e) khối lượng.

3.3 Một vài thuộc tính của vec-tơ

3.3.1 Sự bằng nhau của các vec-tơ:

Hai vec-tơ là bằng nhau nếu chúng có cùng độ lớn và cùng hướng. Khi dịch chuyển một vec-tơ sang một vị trí mới mà vẫn song song với chính nó thì vec-tơ không thay đổi ví dụ như 4 vec-tơ trên hình 3.5.



Hình 3.5 Bốn vec-tơ bằng nhau.

3.3.2 Phép cộng vec-tơ:

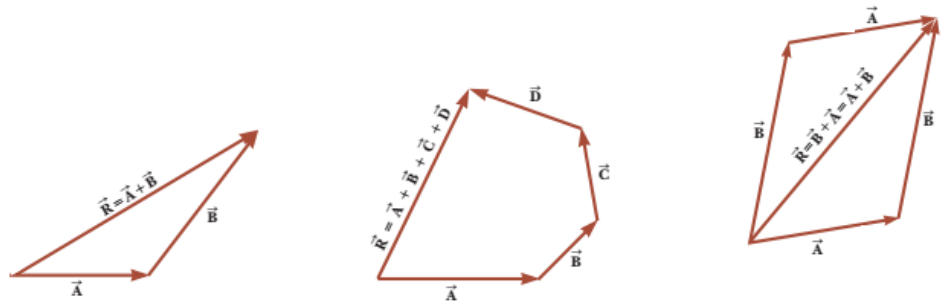
Phép cộng vec-tơ rất khác với cộng các đại lượng vô hướng.

Khi cộng các vec-tơ, phải lưu ý đến hướng của chúng. Đơn vị của các vec-tơ phải giống nhau (nghĩa là chúng phải là các vec-tơ cùng loại). Không thể lấy vec-tơ độ dời cộng với vec-tơ vận tốc.

Có hai cách cộng vec-tơ: bằng hình học và bằng đại số. Cách cộng đại số là thuận tiện hơn so với cách cộng hình học (phải vẽ các vec-tơ theo tỉ lệ).

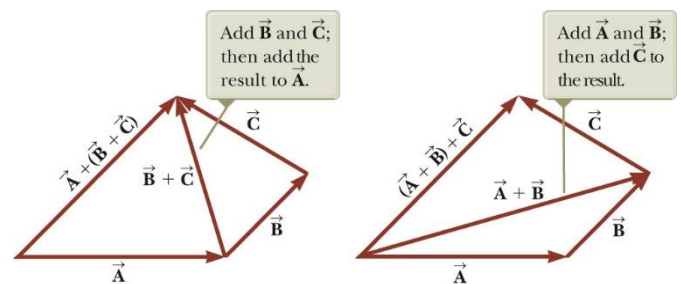
Cộng vec-tơ theo kiểu hình học:

Khi thực hiện phép cộng vec-tơ theo kiểu hình học thì phải chọn một tỉ lệ xích. Vẽ vec-tơ thứ nhất với độ dài phù hợp theo hướng xác định (theo một hệ tọa độ). Vẽ vec-tơ tiếp theo sao cho gốc tọa độ của vec-tơ này trùng với ngọn của vec-tơ trước và các trục của hệ tọa độ của vec-tơ sau song song với các trục tọa độ của vec-tơ trước (kiểu vẽ góc nối ngọn). Vec-tơ tổng được vẽ từ gốc của vec-tơ đầu tiên đến ngọn của vec-tơ cuối cùng. Sau khi vẽ xong, đo độ dài của vec-tơ tổng và hướng (theo góc hợp với các trục tọa độ) của nó (xem hình 3.6).



Hình 3.6 Một số ví dụ về cộng vec-tơ

Do phép cộng vec-tơ có **tính giao hoán** nên thứ tự vẽ các vec-tơ là không quan trọng. Đồng thời, do phép cộng vec-tơ có **tính kết hợp** nên khi tìm tổng của nhiều vec-tơ thì có thể gộp các vec-tơ thành nhóm một cách tùy ý. Kết quả của phép cộng không thay đổi. Ví dụ với tổng sau:



Hình 3.7 Cộng vec-tơ kiểu hình học

$$\vec{A} + (\vec{B} + \vec{C}) = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} \quad (3.6)$$

Có thể tìm tổng \vec{B} và \vec{C} trước rồi tìm tổng của \vec{A} với $\vec{B} + \vec{C}$. Nhưng cũng có thể tìm tổng của \vec{A} và \vec{B} trước rồi sau đó tìm tổng của $\vec{A} + \vec{B}$ với \vec{C}

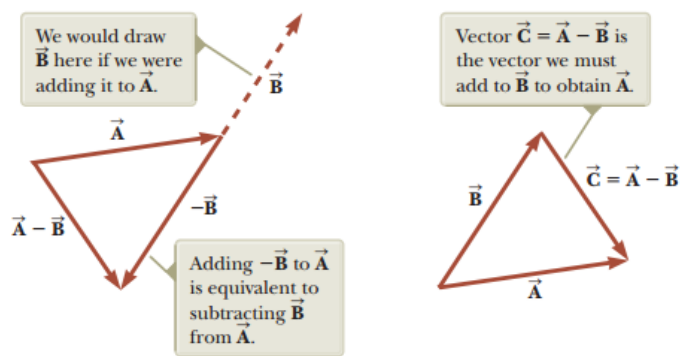
3.3.3 Phép trừ vec-tơ:

Vec-tơ trái dấu: Vec-tơ trái dấu của một vec-tơ là một vec-tơ mà tổng của nó với vec-tơ ban đầu là một vec-tơ không. Vec-tơ trái dấu có độ lớn bằng với độ lớn vec-tơ gốc nhưng ngược chiều. Vec-tơ trái dấu của \vec{A} là $-\vec{A}$ nên $\vec{A} + (-\vec{A}) = \vec{0}$

Phép trừ vec-tơ: là trường hợp đặc biệt của phép cộng vec-tơ: $\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$

Hai cách thực hiện phép trừ vec-tơ (hình 3.8):

- Cách 1: tìm vec-tơ trừ của vec-tơ \vec{B} rồi tiếp tục thực hiện phép cộng với vec-tơ trừ này.
- Cách 2: Tìm một vec-tơ mà khi cộng vec-tơ này với vec-tơ thứ hai (nằm sau dấu trừ) thì được vec-tơ thứ nhất (nằm trước dấu trừ).



a Hình 3.8 Phép trừ vec-tơ (a) cách 1; (b) cách 2

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{C} \Rightarrow \vec{C} + \vec{B} = \vec{A} \quad (3.7)$$

3.3.4 Phép nhân (chia) vec-tơ với một số vô hướng:

Khi nhân/chia một vec-tơ với một số vô hướng thì ta được một vec-tơ có độ lớn bằng độ lớn của vec-tơ được nhân (hoặc chia) với số vô hướng đó.

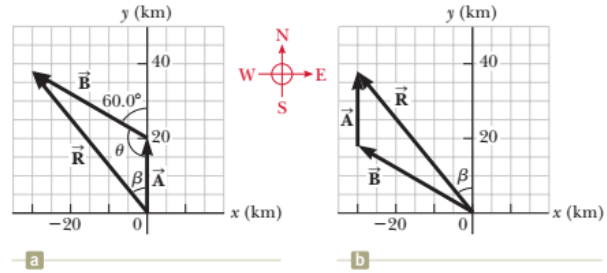
Nếu số vô hướng là số dương thì vec-tơ kết quả cùng hướng với vec-tơ ban đầu. Nếu số vô hướng là số âm thì vec-tơ kết quả ngược hướng với vec-tơ ban đầu.

Câu hỏi 3.2: Độ lớn của 2 vec-tơ \vec{A} và \vec{B} là $A = 12$ đơn vị và $B = 8$ đơn vị. Cặp giá trị nào có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất có thể là độ lớn của vec-tơ $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$? (a) 14.4 đơn vị và 4 đơn vị, (b) 12 đơn vị và 8 đơn vị, (c) 20 đơn vị và 4 đơn vị, (d) không phải 3 cặp trên.

Câu hỏi 3.3: \vec{B} cộng \vec{A} bằng 0, hãy chọn 2 ý nào là đúng trong các ý sau: (a) \vec{A} và \vec{B} song song và cùng chiều, (b) \vec{A} và \vec{B} song song và ngược chiều, (c) \vec{A} và \vec{B} có cùng độ lớn, (d) \vec{A} và \vec{B} trực giao.

Bài tập mẫu 3.2:

Một ô tô đi theo hướng bắc được 20km, sau đó quẹo sang hướng tây theo phương hợp với phương bắc 1 góc 60° , xe đi được 35km trên đoạn đường này (hình 3.9). Xác định độ lớn, phương và chiều của vec-tơ độ dời của xe sau 2 đoạn đường trên.



Hình 3.9 Ví dụ 3.2

Giải:

Gọi \vec{A} và \vec{B} là 2 vec-tơ độ dời của xe lần lượt trong 2 đoạn đường 20km và 35km. Góc hợp bởi \vec{A} và \vec{B} là θ , $\theta = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

Vec-tơ độ dời của 2 xe sau 2 đoạn đường trên là \vec{R} . Ta có $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ với độ lớn của \vec{R} là:

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta} = \sqrt{20^2 + 35^2 - 2 \times 20 \times 35 \times \cos(120^\circ)} = 48.2 \text{ km}$$

Phương của \vec{R} tạo với phương bắc 1 góc β . Ta có: $\frac{\sin\beta}{B} = \frac{\sin\theta}{R}$

$$\Rightarrow \sin\beta = B \frac{\sin\theta}{R} = 35 \times \frac{\sin 120^\circ}{48.2} = 38.9^\circ$$

Vậy: vec-tơ độ dời của xe sau 2 đoạn đường trên có độ lớn 48.2 km, chiều hướng về phía tây, phương hợp với phương bắc 1 góc 38.9° .

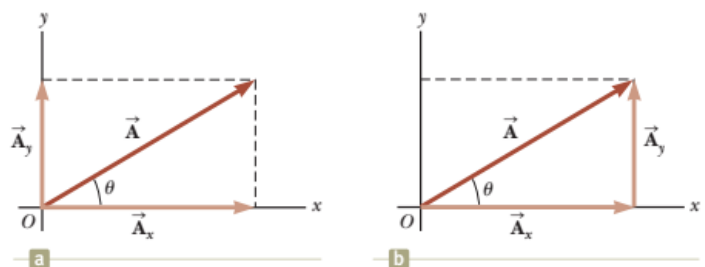
3.4 Các thành phần của vec-tơ và vec-tơ đơn vị

Khi cộng các vec-tơ thì phương pháp hình học không được khuyến khích dùng trong trường hợp cần phải có độ chính xác cao hoặc trong các bài toán có không gian 3 chiều. Lúc này, ta sử dụng phương pháp thành phần. Phương pháp thành phần sử dụng các hình chiếu của vec-tơ lên các trục tọa độ.

3.4.1 Các thành phần của vec-tơ:

Thành phần của vec-tơ là hình chiếu của vec-tơ này lên một trục tọa độ. Có thể biểu diễn một cách đầy đủ mọi vec-tơ theo các thành phần của nó.

Để tiện lợi thì ta sử dụng các thành phần vuông góc của vec-tơ: đó là hình chiếu của vec-tơ lên các trục tọa độ x và y.



Hình 3.10 Phân tích vec-tơ A thành 2 thành phần A_x và A_y

Trên hình 3.10, các vec-tơ \vec{A}_x, \vec{A}_y là các vec-tơ thành phần của \vec{A} . Các vec-tơ thành phần cũng là các vec-tơ nên chúng tuân theo các qui tắc về vec-tơ.

A_x và A_y là các số vô hướng, được gọi là các thành phần của vec-tơ \vec{A} . Trên hình vẽ bên cạnh, dễ thấy:

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$

3 vec-tơ này lập thành một tam giác vuông. Các thành phần của vec-tơ \vec{A} lần lượt là:

$$A_x = A \cos \theta \tag{3.8}$$

$$A_y = A \sin \theta \tag{3.9}$$

Góc θ được xác định từ trục Ox.

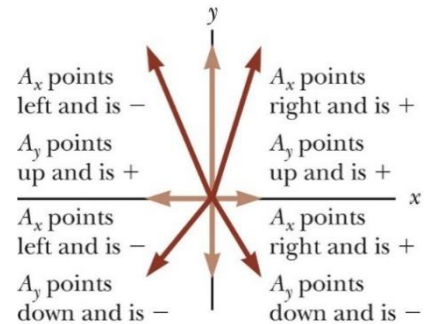
Các thành phần của vec-tơ là hai cạnh góc vuông của tam giác vuông có cạnh huyền là độ dài của vec-tơ. Dễ thấy:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \tag{3.10}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{A_y}{A_x} \tag{3.11}$$

Trong một bài toán, một vec-tơ có thể được xác định bởi các thành phần hoặc độ dài và hướng của nó.

Các thành phần của vec-tơ có thể dương hoặc âm nhưng có cùng đơn vị với vec-tơ. Dấu của thành phần phụ thuộc vào góc (hợp bởi vec-tơ và các trục tọa độ). Hình 3.11 minh họa các trường hợp mà các thành phần vec-tơ có dấu dương, âm.



Hình 3.11 Dấu của các thành phần của vec-tơ A

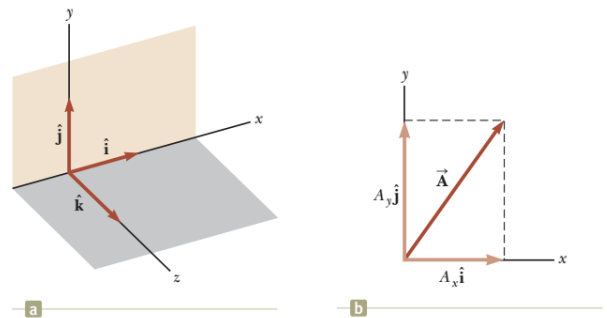
Câu hỏi 3.4: Hãy chọn từ nào phù hợp với dấu ... trong câu sau: “Một thành phần của một vec-tơ ... lớn hơn độ lớn của vec-tơ đó”? (a) luôn luôn, (b) không bao giờ, (c) thỉnh thoảng.

3.4.2 Vec-tơ đơn vị

Các đại lượng vec-tơ thường được biểu diễn thông qua vec-tơ đơn vị.

Vec-tơ đơn vị là vec-tơ không có thứ nguyên và có độ lớn đúng bằng 1. Các vec-tơ đơn vị được dùng để mô tả hướng trong không gian và không có ý nghĩa vật lý nào khác.

Trong không gian 3 chiều, các vec-tơ đơn vị được ký hiệu là $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$. Các vec-tơ này vuông góc với nhau từng đôi trong một tam diện thuận. Độ lớn của mỗi vec-tơ này là 1:



Hình 3.12 Các vec-tơ đơn vị trong hệ tọa độ Descartes.

$$|\hat{i}| = |\hat{j}| = |\hat{k}| = 1$$

Xét một vec-tơ A trong mặt phẳng Xy, $\vec{A}_x = A_x \hat{i}$ và $\vec{A}_y = A_y \hat{j}$ nên $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j}$ (3.12)

3.4.3 Vec-tơ vị trí

Một điểm có tọa độ (x, y) trong mặt phẳng Xy của hệ tọa độ Descartes có thể được biểu diễn bởi một vec-tơ vị trí:

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$$

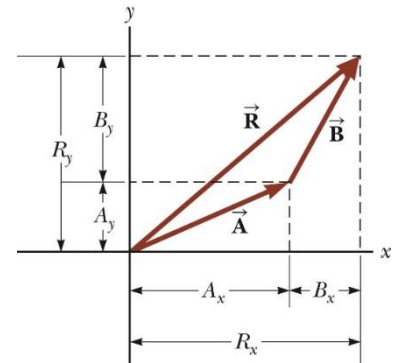
Trong cách viết này, x và y là các thành phần của vec-tơ \vec{r}

3.4.4 Phép cộng vec-tơ khi dùng vec-tơ đơn vị:

Khi dùng vec-tơ đơn vị, các phép tính vec-tơ sẽ đơn giản hơn. Trong mặt phẳng Xy, tổng của hai vec-tơ: $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ với các thành phần của vec-tơ \vec{R} là $R_x = A_x + B_x$ và $R_y = A_y + B_y$

$$\vec{R} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j}) + (B_x \hat{i} + B_y \hat{j}) \quad (3.14)$$

$$\vec{R} = (A_x + B_x) \hat{i} + (A_y + B_y) \hat{j} \quad (3.15)$$



Hình 3.13 Cộng 2 vec-tơ dùng vec-tơ đơn vị theo hình học

Suy ra độ lớn của vec-tơ \vec{R} : $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2}$ (3.16)

Góc hợp bởi vec-tơ tổng với trục Ox cho bởi:

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{A_y + B_y}{A_x + B_x} \quad (3.17)$$

Nếu xét trong không gian 3 chiều thì chỉ cần thêm thành phần thứ 3 của các vec-tơ.

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} \quad (3.18)$$

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k} \quad (3.19)$$

Tổng của 2 vec-tơ này là:

$$\vec{R} = (A_x + B_x) \hat{i} + (A_y + B_y) \hat{j} + (A_z + B_z) \hat{k} = R_x \hat{i} + R_y \hat{j} + R_z \hat{k} \quad (3.20)$$

Độ lớn của vec-tơ tổng: $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$.

Nếu tính tổng của 3 vec-tơ trở lên thì ta vẫn dùng phương pháp như trên cho từng vec-tơ trong tổng. Ví dụ, với $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ thì:

$$\vec{R} = (A_x + B_x + C_x) \hat{i} + (A_y + B_y + C_y) \hat{j} + (A_z + B_z + C_z) \hat{k}$$

Câu hỏi 3.5: Độ lớn của vec-tơ nào sau đây bằng 1 trong những thành phần của vec-tơ khác?

(a) $\vec{A} = 2\hat{i} + 5\hat{j}$, (b) $\vec{B} = -3\hat{j}$, (c) $\vec{C} = 5\hat{k}$

Bài tập mẫu 3.4:

Tìm tổng của 2 vec-tơ \vec{A} và \vec{B} nằm trên mặt phẳng xy với $\vec{A} = (2.0\hat{i} + 2.0\hat{j}) m$ và $\vec{B} = (2.0\hat{i} - 4.0\hat{j}) m$

Giải:

Ta có $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = (2.0\hat{i} + 2.0\hat{j}) m + (2.0\hat{i} - 4.0\hat{j}) m = (4.0\hat{i} - 2.0\hat{j}) m$

Từ đó suy ra $R_x = 4.0 m, R_y = -2.0 m$

Suy ra độ lớn của \vec{R} là $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{4.0^2 + 2.0^2} = 4.5 m$

Phương của \vec{R} hợp với Ox 1 góc θ , với $\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{-2.0}{4.0} = -0.5 \Rightarrow \theta = -27^\circ$

Vậy tổng của 2 vec-tơ \vec{A} và \vec{B} có độ lớn 4.5 m và có phương hợp với Ox 1 góc 27° , chiều hướng xuống (hướng về phía âm của Oy).

Bài tập mẫu 3.4:

Một chất điểm dịch chuyển qua 3 đoạn đường với 3 vec-tơ độ dời như sau: $\Delta\vec{r}_1 = (15\hat{i} + 30\hat{j} + 12\hat{k}) cm$, $\Delta\vec{r}_2 = (23\hat{i} - 14\hat{j} - 5\hat{k}) cm$, $\Delta\vec{r}_3 = (-13\hat{i} + 15\hat{j}) cm$. Hãy tìm vec-tơ độ dời của chất điểm sau 3 đoạn đường trên theo vec-tơ đơn vị và độ lớn của vec-tơ độ dời này.

Giải:

Ta có vec-tơ độ dời của chất điểm sau 3 đoạn đường trên là:

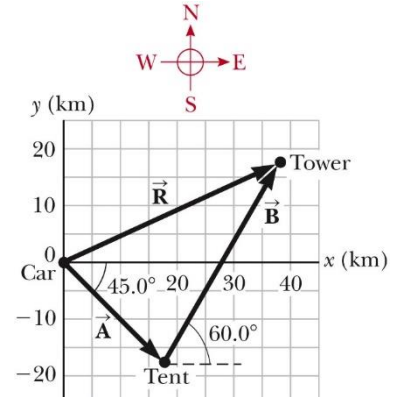
$$\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2 + \Delta\vec{r}_3 = (15 + 23 - 13)\hat{i} cm + (30 - 14 + 15)\hat{j} cm + (12 - 5 + 0)\hat{k} cm$$

$$\Leftrightarrow \Delta\vec{r} = (25\hat{i} + 31\hat{j} + 7\hat{k}) cm$$

Độ lớn của vec-tơ độ dời: $\Delta r = \sqrt{25^2 + 31^2 + 7^2} = 40 cm$

Bài tập mẫu 3.5: Người đi bộ

Một người đi bộ bắt đầu một cuộc hành trình bằng cách đi 25.0 km theo hướng Đông – Nam từ xe ô-tô (*car*) của mình (hình 3.14). Người dừng lại và dựng lều (*tent*) nghỉ qua đêm. Vào ngày thứ hai, người này đi 40,0 km theo hướng 60° về phía Bắc so với hướng Đông thì phát hiện ra một tháp (*tower*) kiểm lâm. Vị trí của tháp là ở đâu?



Hình 3. 14 Ví dụ 3.5

Giải:

Độ dời đầu tiên có độ lớn là 25.0 km và theo hướng 45° phía dưới phần dương của trục Ox. Các thành phần của nó sẽ là:

$$A_x = A \cos(-45.0^\circ) = (25.0 \text{ km})(0.707) = 17.7 \text{ km}$$

$$A_y = A \sin(-45.0^\circ) = (25.0 \text{ km})(-0.707) = -17.7 \text{ km}$$

Độ dời thứ hai có độ lớn là 40.0 km và theo hướng 60° về phía Bắc so với hướng đông (trục Ox). Các thành phần của nó là:

$$B_x = B \cos 60.0^\circ = (40.0 \text{ km})(0.500) = 20.0 \text{ km}$$

$$B_y = B \sin 60.0^\circ = (40.0 \text{ km})(0.866) = 34.6 \text{ km}$$

Các thành phần của độ dời tổng của người đi bộ trong cả hành trình:

$$R_x = A_x + B_x = 17.7 \text{ km} + 20.0 \text{ km} = 37.7 \text{ km}$$

$$R_y = A_y + B_y = -17.7 \text{ km} + 34.6 \text{ km} = 16.9 \text{ km}$$

Viết theo các vec-tơ đơn vị, ta được: $\vec{R} = (37.7\hat{i} + 16.9\hat{j}) \text{ km}$

Vậy vị trí của tháp cách ô tô 1 đoạn bằng độ lớn Vec-tơ độ dời tổng là 41,3 km và lập một góc 24,1° so với hướng Đông.

Tóm tắt chương 3

Định nghĩa

Đại lượng vô hướng: là đại lượng được xác định một cách trọn vẹn bằng một giá trị với một đơn vị đo tương ứng và không có hướng.

Đại lượng vec-tơ: là đại lượng được xác định một cách trọn vẹn bởi một con số kèm theo đơn vị đo và một hướng nhất định.

Khái niệm và nguyên lý:

Khi cộng 2 hay nhiều vec-tơ với nhau, chúng phải cùng đơn vị và phải là các đại lượng cùng loại. Chúng ta có thể cộng 2 vec-tơ bằng hình học. Kết quả của vec-tơ tổng $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ là vec-tơ nối từ điểm đầu của vec-tơ \vec{A} đến điểm ngọn của vec-tơ \vec{B} (hình 3.6).

Nếu vec-tơ \vec{A} có thành phần theo phương x là A_x và phương y là A_y thì \vec{A} được biểu diễn như sau: $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j}$ với \hat{i}, \hat{j} là các vec-tơ đơn vị có chiều lần lượt theo chiều dương trục x, y và có độ lớn $|\hat{i}| = |\hat{j}| = 1$.

Phương pháp thứ 2 để cộng các vec-tơ là cộng các thành phần cùng vec-tơ đơn vị với nhau.

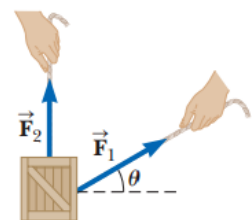
Câu hỏi lý thuyết chương 3

1. Một quyển sách di chuyển 1 vòng quanh mép bàn có độ dài 2 cạnh là 1 m và 2 m. Quyển sách dừng lại tại vị trí xuất phát ban đầu. Hỏi: (a) độ dời của quyển sách, (b) quãng đường quyển sách đi được.
2. Nếu một thành phần của vec-tơ \vec{A} chiếu theo phương của vec-tơ \vec{B} bằng 0 thì chúng ta có thể kết luận gì về 2 vec-tơ trên?

Bài tập chương 3

1. Hai điểm trong một mặt phẳng có tọa độ cực (2.50 m, 30.0°) và (3.80 m, 120.0°). Xác định (a) tọa độ Descartes của các điểm này và (b) khoảng cách giữa chúng.
ĐS: (a) (2.17, 1.25) m, (-1.90, 3.29) m; (b) 4.55m.

2. Một thùng hàng chịu tác dụng của 2 lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 có độ lớn lần lượt là 6N và 5N như hình bên, với góc $\theta = 30^\circ$. Tìm tổng hợp lực $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ bằng phương pháp hình học.



ĐS: 9.5 N, 57° trên trục x.

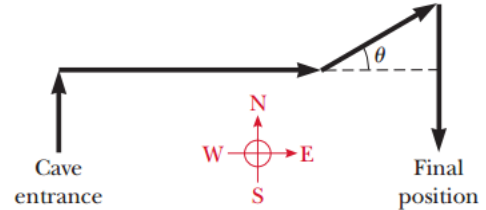
3. Một chiếc máy bay bay từ căn cứ đến hồ A, cách căn cứ 280 km theo phương hợp phương đông góc 20.0° về phía bắc (20.0° north of east). Sau khi thả đồ tiếp tế, nó bay đến Hồ B, cách hồ A 190 km theo phương hợp với phương bắc góc 30.0° về phía tây (30.0° west of north). Xác định khoảng cách và phương hướng của Hồ B so với Căn cứ bằng phương pháp hình học.

ĐS: 310 km tại 57° so với phương tây về phía nam. (310 km at 57° S of W)

4. Một xe tải nhỏ di chuyển thẳng về phía bắc trong làn đường bên phải của của một cao tốc có nhiều làn đường với tốc độ 28.0 m/s. Một người đi cắm trại vượt qua xe tải nhỏ này và sau đó đổi từ làn đường bên trái sang làn đường bên phải. Như vậy, đường đi của

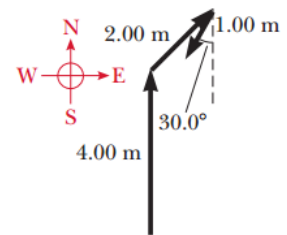
người cắm trại trên đường là một đường thẳng nghiêng 8.50° so với phương bắc và hướng về phía đông. Để tránh việc cất đầu xe tải, khoảng cách theo hướng bắc nam của cuối xe của người cắm trại và đầu xe tải không giảm. Người cắm trại có thể lái xe để đáp ứng yêu cầu này không? Giải thích câu trả lời của bạn.

5. Trong khi khám phá một hang động, một người khảo sát bắt đầu từ lối vào và di chuyển theo khoảng cách sau đây trên một mặt phẳng ngang. Cô ấy đi 75.0 m về phía bắc, 250 m về phía đông, 125 m ở một góc $\theta = 30.0^\circ$ về phía bắc và 150 m về phía Nam. Tính độ dời của cô ấy lúc cuối so với lối vào hang động.



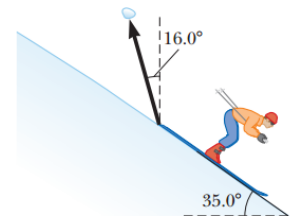
ĐS: 358 m tại 2° so với phương đông về phía tây. (358 m at 2° W of E)

6. Một người mới chơi golf mất ba cú đánh để đưa bóng xuống lỗ. Khoảng cách 3 lần đánh liên tiếp của bóng là 4.00 m về phía bắc, 2.00 m về phía đông bắc (góc 45°), và 1.00 m ở 30.0° phía tây nam. Xuất phát từ cùng một điểm ban đầu, một người chơi golf chuyên nghiệp có thể đánh bóng vào lỗ với khoảng cách duy nhất là bao nhiêu?



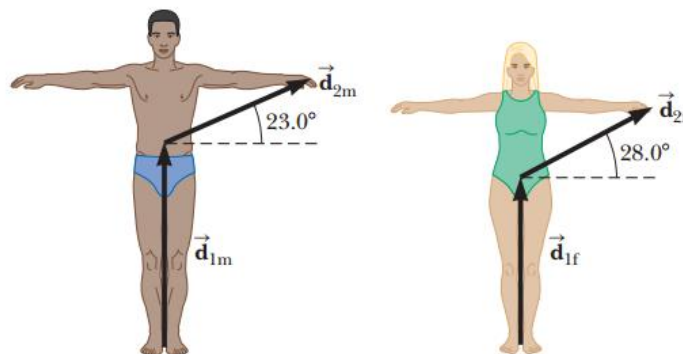
ĐS: 4.64 m at 78.6° N of E

7. Một vận động viên trượt tuyết trên mặt tuyết nghiêng góc 35.0° với phương ngang. Khi vận động viên dùng gậy đẩy để trượt, một mảnh tuyết rơi văng lên 1 đoạn tối đa là 1.50 m theo phương tạo với phương đứng 1 góc 16.0° . Tìm các thành phần (a) song song và (b) vuông góc với mặt phẳng nghiêng của vec-tơ đồ dời của mảnh tuyết.



ĐS : (a) 1.17 m hướng lên đỉnh đồi; (b) 0.944 m hướng ra xa đồi tuyết

8. Hình dưới minh họa tỉ lệ điển hình của cơ thể nam (m) và nữ (f). Trong hình, ta thấy , các vector \vec{d}_{1m} và \vec{d}_{1f} từ bàn chân đến rốn có độ lớn là 104 cm và 84.0 cm; vector \vec{d}_{2m} and \vec{d}_{2f} từ rốn đến đầu ngón tay có độ lớn là 100 cm và 86.0 cm. Tìm tổng vector $\vec{d}_3 = \vec{d}_1 + \vec{d}_2$ cho cả 2 người này.

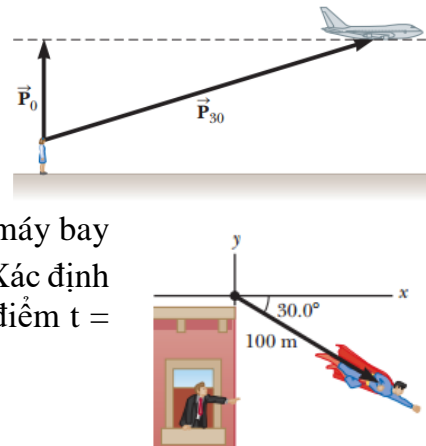


ĐS: 170.1 cm, 57.2° trên trục x; 145.7 cm, 58.6° trên trục x.

9. Một trạm radar định vị một con tàu bị chìm ở tầm xa 17.3 km và ở góc 136° theo chiều kim đồng hồ so với phương bắc. Từ cùng một trạm, máy bay cứu hộ nằm ở khoảng cách ngang 19.6 km, 153° theo chiều kim đồng hồ so với phương bắc, với độ cao 2.20 km. (a) Viết vector vị trí cho con tàu trong hệ trục tọa độ Descartes, với \hat{i} là vector đơn vị hướng về phía đông, \hat{j} là vector đơn vị hướng về phía bắc và \hat{k} là vector đơn vị hướng lên phía trên. (b) Máy bay và tàu cách nhau bao xa?

ĐS: (a) $(3.12\hat{i} + 5.02\hat{j} - 2.20\hat{k}) \text{ km}$; (b) 6.31 km

10. Bạn đang đứng trên mặt đất ở gốc của một hệ tọa độ. Một máy bay bay qua bạn với vận tốc không đổi song song với trục x và ở một chiều cao cố định $7.60 \times 10^3 \text{ m}$. Vào thời điểm $t = 0$, máy bay nằm ngay phía trên bạn sao cho các vector từ bạn đến nó là $\vec{P}_0 = 7.60 \times 10^3 \hat{j} \text{ m}$. Tại thời điểm $t = 30.0 \text{ s}$, vector vị trí từ bạn tới máy bay là $\vec{P}_{30} = (8.04 \times 10^3 \hat{i} + 7.60 \times 10^3 \hat{j}) \text{ m}$ như hình bên. Xác định độ lớn và hướng của vector vị trí của máy bay tại thời điểm $t = 45.0 \text{ s}$.



ĐS: $1.43 \times 10^4 \text{ m}$; 32.2° so với phương ngang

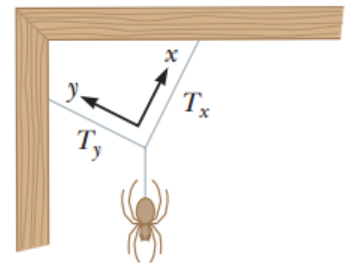
11. Một siêu nhân bay xuống từ đỉnh 1 tòa nhà theo phương tạo với phương ngang 1 góc 30° như hình vẽ. Tìm các thành phần theo phương ngang và dọc của độ dời 100 m.

ĐS: 86.6 m, -50.0 m

12. Một vector được cho bởi $\vec{R} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$. Tìm (a) độ lớn của các thành phần x, y, z; (b) độ lớn của \vec{R} và (c) các góc giữa \vec{R} và trục x, y, z.

ĐS: $|\vec{R}| = 3.74$

13. Một con nhện đang nghỉ ngơi sau khi nhả được 2 sợi tơ vuông góc nhau. Chọn hệ trục xy theo 2 phương của 2 sợi tơ như hình vẽ. Trọng lực của nó cân bằng với 2 lực căng T_x và T_y trên 2 sợi tơ. Biết trọng lực của con nhện bằng 0.15 N và $T_x = 0.127 \text{ N}$. Tính (a) giá trị lực căng T_y , (b) góc hợp bởi trục x với phương ngang và (c) góc hợp bởi trục y với phương ngang.



ĐS: (a) 0.078 N; (b) 57.9° ; (c) 32.1°

14. Vec-tơ \vec{A} và \vec{B} có độ lớn bằng nhau và bằng 5.00. Tổng của vec-tơ \vec{A} và \vec{B} là vec-tơ $6.00\hat{j}$. Xác định góc giữa 2 vec-tơ \vec{A} và \vec{B} .

ĐS: 106°